RESUME DE COURS FONCTION LOGARITHME NEPERIEN

Définition

On appelle logarithme népérien la fonction primitve sur $]0;+\infty[$ *de la fonction inverse définie sur* IR^* *par :* $x \mapsto \frac{1}{x}$.

La fonction logarithme népérien, notée ***ln****, est la fonction :*

$$\ln :]0;+\infty[\to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto \ln x$$

- Dans le domaine scientifique, on utilise la fonction logarithme décimale, notée ***log*** *est définie par :*

$$\log(x) = \frac{\ln x}{\ln 10}$$

Conséquences :

a) $\ln 1 = 0$; $\ln e = 1$; $\ln \frac{1}{e} = -1$

I. Propriété de la fonction logarithme népérien

1) Relation fonctionnelle

Théorème :

Pour tous réels x et y strictement positifs, on a : $\ln(x \times y) = \ln x + \ln y$

Remarque : Cette formule permet de transformer un produit en somme.

2) Conséquences

Corollaires :

Pour tous réels x et y strictement positifs, on a :

a) $\ln \frac{1}{x} = -\ln x$

b) $\ln \frac{x}{y} = \ln x - \ln y$

c) $\ln \sqrt{x} = \frac{1}{2} \ln x$

d) $\ln x^n = n \ln x$ *avec n entier relatif*

III. Etude de la fonction logarithme népérien

1) Continuité et dérivabilité

Propriété :

La fonction logarithme népérien est continue sur $]0;+\infty[$.

Propriété :

La fonction logarithme népérien est dérivable sur $]0;+\infty[$ *et* $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.

2) Variations

Propriété :

La fonction logarithme népérien est strictement croissante sur $]0;+\infty[$.

Corollaires :

Pour tous réels x et y strictement positifs, on a :

WWW.GUESSMATHS.CO

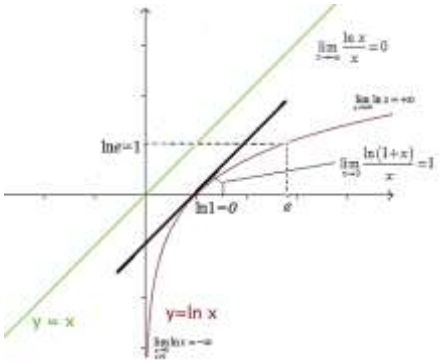
a) $\ln x = \ln y \Leftrightarrow x = y$

b) $\ln x < \ln y \Leftrightarrow x < y$

3) Limites aux bornes

Propriété :

$\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$ *et* $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \ln x = -\infty$



4) Courbe représentative

On dresse le tableau de variations de la fonction logarithme népérien :

x	0		$+\infty$
$\ln'(x)$	‖	$+$	
$\ln x$	‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

IV. Limites et croissances comparées

Propriétés (croissances comparées) :

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$ *et pour tout entier non nul n,* $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x^n} = 0$

b) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} x\ln x = 0$ *et pour tout entier n,* $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} x^n \ln x = 0$

Remarque :

Les fonctions puissances imposent leur limite devant la fonction logarithme népérien.

Propriétés :

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

7. Fonctions de la forme ln u

Propriété :

Soit u une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle I.

La fonction $x \mapsto \ln u(x)$ *est dérivable sur I. Sa dérivée est la fonction* $x \mapsto \dfrac{u'(x)}{u(x)}$.

Propriété :

Soit u une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle I.

Les fonctions $x \mapsto u(x)$ *et* $x \mapsto \ln u(x)$ *ont le même sens de variation.*

WWW.GUESSMATHS.CO