



## Série n ° 8 d'exercices sur « Généralités sur les fonctions »

1ère Bac Sc Exp

### VARIATIONS D'UNE FONCTION NUMERIQUE

#### EXERCICE 1

Soit  $f$  la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x^3 + 2x$

- 1) Montrer que pour tout réels  $x$  et  $y$  :  $x < y \Rightarrow f(x) > f(y)$
- 2) En déduire la monotonie de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

#### EXERCICE 2

Soit  $f$  la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}^*$  par :  $f(x) = 2x - \frac{1}{x}$

- 1) a) Montrer que pour tout réels  $x$  et  $y$  :  $x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$  .  
b) En déduire la monotonie de  $f$  sur  $]0; +\infty[$  .
- 2) Dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}^*$  .

#### EXERCICE 3

Soit  $f$  la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}^+$  par :  $f(x) = x + 2\sqrt{x} - 3$

- 1) a) Montrer que pour tout réels  $x$  et  $y$  :  $x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$   
b) En déduire la monotonie de  $f$  sur  $\mathbb{R}^+$  .
- 2) a) Dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}^+$  .  
b) Calculer  $f(1)$  en déduire le signe de  $f$  sur  $\mathbb{R}^+$  .

#### EXERCICE 4

On considère le tableau de variations suivant d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  :

$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
$f(x)$			

- 1) Donner les extrema de la fonction  $f$ .
- 2) Déterminer le signe de  $f$  sur  $\mathbb{R}$

#### EXERCICE 5

Soit  $f$  une fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}$  par le tableau de variations suivant :

$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$
$f(x)$			

- 1) Donner les extrema de la fonction  $f$
- 2) Déterminer le signe de  $f$  sur  $\mathbb{R}$  .

### EXERCICE 6

On considère le tableau de variations suivant d'une fonction  $f$  définie sur  $[-4;5]$

$x$	-4	-2	0	3	5
$f(x)$	1	3	-2	7	

Diagramme de variation : une courbe qui monte de (-4, 1) à (-2, 3), descend de (-2, 3) à (0, -2), et monte de (0, -2) à (5, 7). Les points (-2, 3) et (0, -2) sont des points de tangente horizontale.

Déterminer le signe de la fonction  $f$  sur  $[-4;5]$ .

### EXERCICE 7

Soit  $f$  la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \frac{2}{1+x^2}$

- 1) Etudier la parité de la fonction  $f$
- 2) Montrer que la fonction  $f$  admet un maximum absolu au point  $x_0 = 0$ .
- 3) a) Montrer que pour tout réels  $x$  et  $y$  :  $x < y \Rightarrow f(x) > f(y)$
- b) En déduire la monotonie de  $f$  sur  $[0; +\infty[$ .
- 4) Donner le tableau de variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

### EXERCICE 8

Soit la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}^*$  par :  $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$

- 1) La fonction  $f$  est-elle paire? Impaire?
- 1) Montrer que  $f(1)$  est la valeur minimale de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ .
- 2) a) Soit  $a$  et  $b$  deux éléments distincts de  $\mathbb{R}^*$ ,  
Montrer que :  $\frac{f(a) - f(b)}{a - b} = a + b - \frac{2}{ab}$
- b) Etudier les variations de  $f$  sur chacun des intervalles  $[1; +\infty[$  ;  $]0; 1]$  et  $]-\infty; 0[$ .
- 3) Dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}^*$