Série n ° 3 d'exercices « arithmétique »

1éreBAC SM

Exercice 1

Déterminer toutes les valeurs de $n \in \mathbb{Z}$ *vérifiant :*

a) $13 / n+5$ *b)* $n / n+1$

c) $n \setminus n+10$ *d)* $n+6 / 3n+4$

e) $n-1 / n+13$ *f)* $5n+7 / 2n+16$

Exercice 2

Soit $(a;b) \in \mathbb{Z}^2$ *. Prouver que :* $5 / a^5+b^5 \Rightarrow 5 / (a+b)^5$.

Exercice 3

Montrer que : $A = 9^{n+2} + 9^n \times 19$ *est divisible par 20 ; puis calculer pgcd* $(52488; A)$.

Exercice 4

1) Déterminer tous les entiers naturels a tels que : $630 \wedge a = 105$ *et* $600 < a < 900$.

2) Déterminer tous les entiers naturels b que : $b \wedge 336 = 28$ *et* $b < 200$.

3) Déterminer tous les couples $(x;y) \in \mathrm{IN}^* \times \mathrm{IN}^*$ *tels que :* $x \wedge y = 12$ *;* $x + y = 108$ *et* $x < y$.

Exercice 5

1) Déterminer le reste de la division euclidienne du nombre 7^{60} *par 5.*

2) Déterminer le reste de la division euclidienne du nombre $222^{333} + 333^{222}$ *par 5.*

3) Montrer que 11 divise $8^{2022} - 9$.

Exercice 6

1) Trouver le reste de la division euclidienne de 2^{2009} *par 7.*

2) Trouver le verte cale la division euclidienne de n^3 *par 9, ou n est un entier naturel (table de congruence)*

3) Montrer que $3^{3n+1} + 2^{n+1}$ *est divisible par 5 pour tout* $n \in \mathrm{IN}$ *.(méthode des congruences)*

4) Montrer que $n^2 - n$ *est divisible par 2 pour tout* $n \in \mathrm{IN}$.

Exercice 7

Soient a ;b ;x ;y ;t et q des entiers naturels non nuls.

On pose : $A = ax + by$ *et* $B = at + bq$

On suppose que : $qx - ty = 1$

Montrer que : $A \wedge B / a$ *et* $A \wedge B / b$