

### Exercice 1

Calculer le produit scalaire  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  dans chacun des cas suivants:

- |                                                               |                                                       |
|---------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| a) $\hat{BAC} = \frac{\pi}{4}$ ; $AC = 3$ ; $AB = 2$          | b) $\hat{BAC} = \frac{3\pi}{4}$ ; $AC = 2$ ; $AB = 5$ |
| c) $\hat{BAC} = \frac{5\pi}{6}$ ; $AC = 4\sqrt{3}$ ; $AB = 3$ | d) $\hat{BAC} = \frac{\pi}{3}$ ; $AC = 4$ ; $AB = 5$  |

### Exercice 2

Soient les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  avec  $\theta = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ . Calculer  $\cos \theta$  dans chacun des cas suivants:

- |                                                                                        |                                                                                       |
|----------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -18$ ; $AC = 4\sqrt{3}$ ; $AB = 3$ | b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -5\sqrt{2}$ ; $AC = 2$ ; $AB = 5$ |
| c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3\sqrt{2}$ ; $AC = 3$ ; $AB = 2$   | d) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -20$ ; $AC = 5$ ; $AB = 4$        |

### Exercice 3

Soient les vecteurs  $\overrightarrow{u}$  et  $\overrightarrow{v}$ , tels que :  $\|\overrightarrow{u}\| = \sqrt{7}$  ;  $\|\overrightarrow{v}\| = \sqrt{5}$  et  $\|2\overrightarrow{u} - 3\overrightarrow{v}\| = \sqrt{37}$ .

- Montrer que  $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = 3$ .
- Montrer que  $\|3\overrightarrow{u} + 2\overrightarrow{v}\| = \sqrt{119}$ .
- On pose :  $\overrightarrow{X} = 4\overrightarrow{u} - 5\overrightarrow{v}$  et  $\overrightarrow{Y} = \overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$ 
  - Montrer que  $\overrightarrow{X}$  et  $\overrightarrow{Y}$  sont orthogonaux.
  - calculer  $\|\overrightarrow{X}\|$ .

### Exercice 4

Soient les vecteurs  $\overrightarrow{u}$  et  $\overrightarrow{v}$ , tels que :  $\|\overrightarrow{u}\| = \|\overrightarrow{v}\| = 2\sqrt{2}$  et  $\|\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}\| = 2$ .

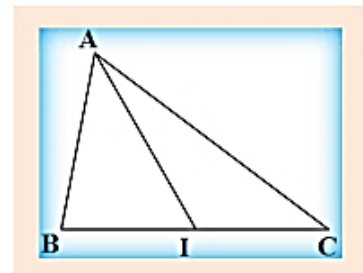
- Montrer que  $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = 6$ .
- Montrer que  $\|\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}\| = \sqrt{28}$ .
- On pose :  $\overrightarrow{e_1} = \overrightarrow{u} - 2\overrightarrow{v}$  et  $\overrightarrow{e_2} = 5\overrightarrow{u} - 2\overrightarrow{v}$ 
  - Montrer que  $\overrightarrow{e_1}$  et  $\overrightarrow{e_2}$  sont orthogonaux.
  - calculer  $\|\overrightarrow{e_1}\|$ .

### Exercice 5

ABC est un triangle et I est le milieu de [BC] tel que  $IA = 3$  et  $IB = IC = 2$ .

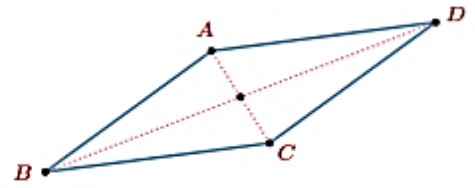
- En utilisant le théorème de la médiane, calculer :  $AB^2 + AC^2$ .
- En utilisant le théorème d'Alkachy, calculer :  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ .
- Sachant que :  $(\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB}) = \frac{\pi}{3}$ , calculer:

- |                                                      |                                                      |                 |
|------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|-----------------|
| a) $\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB}$ . | b) $\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IC}$ . | c) $AB$ et $AC$ |
|------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|-----------------|



### Exercice 6

ABCD est un parallélogramme :  $AB=4$ ,  $AC=7$  ;  $AD=5$ .  
(la figure n'est pas tracée en vraies dimensions)



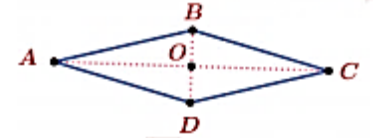
1) Montrer que  $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} = \frac{1}{2}(BC^2 + BA^2 - AC^2)$ .

en déduire  $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA}$  et  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ .

2) Calculer  $BD$ .

### Exercice 7

ABCD est un losange de centre O tel que :  $AC=10$  et  $BD=6$ .



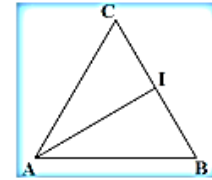
1) Calculer  $BA^2$  en déduire  $AD^2$ .

2) Calculer  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ .

3) P est la projection orthogonale du point D sur (AB) calculer AP.

### Exercice 8

ABC est un triangle équilatéral de côté  $a=5$  et I le milieu de [BC].



1) Calculer  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$  en déduire  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BI}$ .

2) Calculer  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  en déduire  $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AC}$

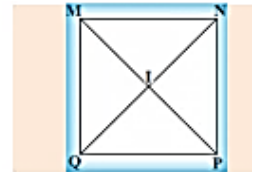
3) Calculer la distance AI.

### Exercice 9

MNPQ est un carré de centre I tel que :  $MN=5$ .

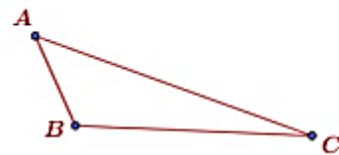
Calculer:

|         |                                                                                                         |                                                    |                                                    |
|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| a) $NI$ | b) $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{QP}$ et $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{PN}$ . | c) $\overrightarrow{IN} \cdot \overrightarrow{IP}$ | d) $\overrightarrow{QI} \cdot \overrightarrow{NI}$ |
|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|----------------------------------------------------|



### Exercice 10

ABC est un triangle tel que  $AB=1$  et  $AC=3$  et  $\hat{A} = \frac{\pi}{3}$ .



1) Calculer le produit scalaire  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ .

2) Démontrer que  $BC = \sqrt{7}$ .

3) E et F deux points tels que :  $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB}$  et  $7\overrightarrow{CF} = 6\overrightarrow{CE}$

a) Démontrer que  $\overrightarrow{AF} = \frac{12}{7}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{7}\overrightarrow{AC}$

b) Démontrer que  $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

c) Démontrer que  $(CE) \perp (AF)$

### Exercice 11

ABC est un triangle tel que  $AB=6$  et  $AC=5$  et  $BC=7$ .

1) Calculer le produit scalaire  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  en déduire  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 30$ .

2) Démontrer que  $\cos \hat{A} = \frac{1}{5}$ .

3) Soit H la projection orthogonale de A sur (BC), calculer BH.

