FICHE DE REVISION

Les suites

Principe de récurrence	■ *pour n=0 on a U_0=… d'où proposition vraie* ■ *Supposons que la proposition est vraie pour $n\in IN$ est montrons qu'elle est vraie pour (n+1)* *Démonstration : partir en général de la supposition …………* ■ *CONCLUSION : On a montrer par récurrence que $(\forall n\in IN)$ la proposition est vraie .*		
Monotonie d'une suite	(U_n) croissante	$U_{n+1}-U_n\geq 0$	*Ou* $\frac{U_{n+1}}{U_n}\geq 1$ $\left(quand \quad U_n>0\right)$
	(U_n) décroissante	$U_{n+1}-U_n\leq 0$	*Ou* $\frac{U_{n+1}}{U_n}\leq 1$ $\left(quand \quad U_n>0\right)$
Suite Arithmétique	*Définition*	*(U_n) est arithmétique de raison r* $\Leftrightarrow\left(\forall n\in IN\right) \quad U_{n+1}-U_n=r$	
	U_n en fonction de n	*Premier terme U_0 :* $U_n=U_0+nr$	*Premier terme U_1 :* $U_n=U_1+\left(n-1\right)r$ *Premier terme U_p :* $U_n=U_p+\left(n-p\right)r$
	La somme des termes de la suite	$S=U_p+U_{p+1}+-----+U_n$ $=\left(\frac{n-p+1}{2}\right)\left(U_p+U_n\right)$	*Exemple :* $S=1+2+-----+n=\frac{n\left(n+1\right)}{2}$
Suite Géométrique	*Définition*	*(U_n) est Géométrique de raison q* $\Leftrightarrow\left(\forall n\in IN\right) \quad U_{n+1}=qU_n$	
	U_n en fonction de n	*Premier terme U_0 :* $U_n=U_0\times q^n$	*Premier terme U_1 :* $U_n=U_1\times q^{(n-1)}$ *Premier terme U_p :* $U_n=U_p\times q^{(n-p)}$
	La somme des termes de la suite	$S=U_p+U_{p+1}+-----+U_n$ $=U_p\times\left(\frac{1-q^{n-p+1}}{1-q}\right)$	*Exemple :* $S=a+a^2+-----+a^n=\frac{1-a^{n+1}}{1-a}$
Limite d'une suite	*Convergence*	■ *Toute suite ↗ et majorée est convergente.* ■ *Toute suite ↘ et minorée est convergente.*	
	Limite de (q^n)	$q>1 \quad \lim\limits_{n\to+\infty} q^n=+\infty$	$-1<q<1 \quad \lim\limits_{n\to+\infty} q^n=0$
	Critère de convergence	*Si* $\begin{cases}0\leq U_n-l\leq a^n\\ \lim\limits_{n\to+\infty} a^n=0\end{cases}\Leftrightarrow \lim\limits_{n\to+\infty} U_n=l$	*Si* $\begin{cases}U_n\geq a^n\\ \lim\limits_{n\to+\infty} a^n=+\infty\end{cases}\Leftrightarrow \lim\limits_{n\to+\infty} U_n=+\infty$

<table>
<tr>
<td rowspan="3">$U_{n+1}=f(U_n)$</td>
<td colspan="3">$\begin{cases} \bullet\ U_0\in I \\ \bullet\ U_{n+1}=f(U_n) \\ \bullet f \text{ est continue sur } I \\ \bullet\ f(I)\subset I \\ \bullet U_n \text{ est convergente} \end{cases}$ Alors $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = l$ solution de l'équation $f(x)=x$ sur I</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2"></td>
<td>Pour la monotonie
■ On peut utiliser la position relative de la courbe de f et la droite (Δ) : y = x
■ Par récurrence</td>
<td><u>Ex</u> :
$(\forall x\in I)\quad f(x)-x\le 0$
d'où : $f(U_n)-U_n\le 0 \Rightarrow U_{n+1}-U_n\le 0$</td>
</tr>
<tr>
<td>Pour montrer que : $a\le U_n\le b$
● On peut utiliser la monotonie de f
● On peut utiliser $f(I)\subset I$</td>
<td><u>Ex</u> : $a\le U_n\le b$ et $f\nearrow$ d'où :
$f(a)\le f(U_n)\le f(b)$
$\Rightarrow a\le U_{n+1}\le b$</td>
</tr>
</table>