

**EXERCICE 1**

On considère la suite (u_n) définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{3}{2} \end{cases} ; \forall n \in \mathbb{N}$$

On pose : $v_n = u_n - 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

1. Calculer u_1 ; v_0 et v_1
2. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{4}$
3. Exprimer v_n en fonction de n
4. En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $u_n = 2 - 2\left(\frac{1}{4}\right)^n$
5. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

EXERCICE 2

Soit f une fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = 2x + 2\ln(x)$

- 1) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 2) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - 2x$; puis donner une interprétation géométrique au résultat.
- 3) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et donner une interprétation géométrique au résultat
- 4) a) Calculer $f'(x)$ pour tout x de $]0; +\infty[$; puis étudier son signe.
b) Dresser le tableau de variations de f
- 5) Donner l'équation de la tangente (T) à la courbe de f au point d'abscisse 1

EXERCICE 3

- 1) Montrer que pour tout x de \mathbb{R} : $(x+1)(2x+1) = 2x^2 + 3x + 1$
- 2) a) Déduire de ce qui précède la résolution dans $]0; +\infty[$ de l'équation $2(\ln(x))^2 + 3\ln(x) + 1 = 0$
b) Même question la résolution dans \mathbb{R} de l'équation : $2e^{2x} + 3e^x + 1 = 0$

EXERCICE 4

Le tableau de variations suivant est celui d'une fonction numérique f définie sur $]0; +\infty[$.

	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	0	-2

- 1) Donner les limites suivantes $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- 2) Donner les équations des asymptotes verticale et horizontale de la courbe de f
- 3) Vérifier que : $f(x) \leq 0; (\forall x \in]0; +\infty[)$.