L'Ordre dans IR :

Prof : Radouane –Niv : T.C.S :

Série d'exercices 1 :

Exercice 1 :

1) Comparer les 2 nombres :
$a=\sqrt{12}$ et $b=\sqrt{6}+\sqrt{2}-2$

2) Comparer les 2 nombres : $A=(a+1)(b+1)$
$a=\sqrt{2}$ et $b=\dfrac{3+\sqrt{3}}{3}$

Exercice 2 :

Soit n un entier naturel non nul.

1) Comparer : $a=\dfrac{2n}{2n-1}$ et $b=\dfrac{2n+1}{2n}$

2) Comparer : $a=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$ et
$b=\sqrt{n+2}-\sqrt{n+1}$

Exercice 3 :

Soit a et b 2 réels strictement positifs et distincts.
Comparer A et B en étudiant le signe de A-B dans les cas suivants :

1) $A=\dfrac{a+b}{b}$ et $B=\dfrac{4a}{a+b}$

2) $A=(a+1)(b+1)$ et $B=ab+1$

3) $A=\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ et $B=\dfrac{2}{a+b}$

Exercice 4 :

1) Soit a un réel tel que : $1<a<2$
Montrer que : $3<\dfrac{12}{5-a}<4$

2) Soit a et b 2 réels tels que :
$2\le a\le 5$ et $3\le b\le 8$
Montrer que : $2\le\sqrt{(a-1)(b+1)}\le 6$

Exercice 5 :

Soit a et b 2 réels positifs.

1) Montrer que : $\sqrt{a+b}\le\sqrt{a}+\sqrt{b}$

2) En déduire que pour tout $x\in IR^{+}$

$0<\sqrt{x+4}-\sqrt{x+1}\le\sqrt{3}$

Exercice 6 :

1) Montrer pour tout $x\in IR_{+}^{*}$

$x+\dfrac{1}{x}\ge 2$

2) En déduire que pour tout a,b et c de IR_{+}^{*}

a) $(a+b)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)\ge 4$

b) $(a+b+c)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)\ge 9$

Exercice 7 :

On considère les 2 intervalles :
$I=\left[-\sqrt{3};\dfrac{8}{3}\right]$ et $J=\left[-1;\dfrac{11}{4}\right]$

Déterminer les 2 ensembles suivants :
$K=\{x\in IR\,/\,x\in I \text{ et } x\in J\}$
$L=\{x\in IR\,/\,x\in I \text{ ou } x\in J\}$

Exercice 8 :

A l'aide de la droite numérique, déterminer l'intersection et l'union des intervalles I et J dans les cas suivants :

a) $I=[-1,3;5,2]$ et $J=]-2,1;4,9[$

b) $I=]\sqrt{2};+\infty[$ et $J=\left]-\infty;\dfrac{1}{2}\right]$

c) $I=]-\infty;6]$ et $J=]\sqrt{6}+1;+\infty[$

Exercice 9 :

Soit x et y 2 réels tels que :
$1\le x\le 2$ et $\dfrac{1}{2}\le y\le\dfrac{3}{2}$

1) Développer $(x+y)(x-y+1)$

2) En déduire que :

$\frac{3}{4} \leq x^2 - y^2 + x + y \leq \frac{35}{4}$

Exercice 10 :

Soit x un réel tel que : $2 < x < 7$

On pose : $A = \frac{4x+7}{x+3}$

1) Encadrer A

$[a;b[$ équivaut à $a \leq x < b$

2) a) Vérifier que : $A = 4 - \frac{5}{x+3}$

b) En déduire que : $3 < A < 3,5$

c) Le quel des encadrements est le plus précis ?

Exercice 11 :

Ecrire sans symbole de la valeur absolue les nombres suivants :

$a = \left|\pi - \sqrt{10}\right|; b = \left|4\sqrt{3} - 7\right|$

$c = \left|\sqrt{1+\sqrt{8}} - 3\right|; d = \left|\frac{3}{4} - \frac{\sqrt{5}}{3}\right|$

Exercice 12 :

Déterminer l'ensemble auquel appartient le réel x dans les cas suivants :

a) $|x-3| \leq \frac{1}{2}$;b) $|2x-1| \geq \frac{3}{4}$;c) $\left||x-1|-2\right| < 1$

Exercice 13 :

Résoudre dans IR les équations suivantes :

a) $|x-2| = \frac{1}{2}$;b) $|2x-3| = -1$

c) $|2x-3| = x$,d) $|3x-2| = |x-4|$

Exercice 14 :

Soient x et y 2 réels tels que : x-y=3 et $y \leq 1$

Et $x \geq \frac{1}{2}$

1) Montrer que : $-\frac{5}{2} \leq y \leq 1$ et $\frac{1}{2} \leq x \leq 4$

2) En déduire la valeur du nombre

$A = |x+y-5| + |x+y+2|$

Exercice 15 :

Soient x et y 2 réels tels que : $|x| < \frac{1}{2}$ et

$|y-2| < \frac{1}{2}$

Montrer que : $1 < \frac{2y}{y-x} < 5$

Exercice 16 :

Soit x un réel tel que :
$1,9 \leq x \leq 2,1$

a) Encadrer le nombre x-2

b) Montrer que 2x-2 est une valeur approchée du nombre $a = x^2 - 2x + 2$ à 10^{-2} près.

Exercice 17 :

1) Soit a un réel positif.

Montrer que $\sqrt{a+13} \leq \sqrt{a} + \sqrt{13}$

2) En déduire que pour tout réel a de $]0;13[$

On a : $0 < \sqrt{13} - \sqrt{a} \leq \frac{13-a}{\sqrt{a+13}}$

3) Soit x un réel tel que : $12 < x < 13$

Montrer que $\frac{\sqrt{12}+\sqrt{13}}{2}$ est une valeur approchée de $\sqrt{x}$ à 10^{-1} près.

Exercice 18 :

1) Vérifier que pour tout réel x $(x \neq 1)$

On a : $\frac{1}{1-x} = 1 + x + \frac{x^2}{1-x}$

2) Montrer que : si $|x| \leq \frac{1}{2}$ alors

$\left|\frac{1}{1-x} - (1+x)\right| \leq 2x$

3) En déduire une valeur approchée du nombre $\frac{1}{99}$ à 2×10^{-6} près.(On pourra prendre $x = 10^{-2}$)