Exercice 1

L'espace est rapport d'un repère orthonormé direct $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

Soient $\left(S\right)$ *I 'ensemble des points* $M\left(x;y;z\right)$ *de l'espace tels que :* $x^2+y^2+z^2+2x-4y+2z-6=0$ *et* $\left(P\right)$ *le plan d'équation :* $x-y+z-2=0$

1) Montrer que $\left(S\right)$ *est la sphère de centre* $I\left(-1;2;-1\right)$ *et le rayon* $2\sqrt{3}$.

2) Montrer que $\left(S\right)$ *et* $\left(P\right)$ *sont tangents et déterminer les coordonnées de leur point de contact H.*

3) Soi le plan $\left(P_m\right)$ *d'équation :* $x-my+z-m-1=0$ *où m est un paramètre réel.*

a) Discuter suivant les valeurs du paramètre réel m, les positions relatives de $\left(S\right)$ *et* $\left(P\right)$.

b) Déterminer et caractériser Ensemble $\mathfrak{C}=\left(S\right)\cap\left(P_{-1}\right)$

4) Pour tout réel θ *de l'intervalle* $\left[0;2\pi\right[$ *on associe le point* $M\left(x;y;z\right)$ *tel que* $x=-1-2\sqrt{2}\cos\theta$; $y=2+\sqrt{2}\cos\theta-\sqrt{6}\sin\theta$ *et* $z=-1+\sqrt{2}\cos\theta+\sqrt{6}\sin\theta$

Montrer que pour tout $\theta\in\left[0;2\pi\right[$ *;* $M\in\mathfrak{C}$.

Exercice 2

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé, on considère l'ensemble $\left(S\right)$ *des points* $M\left(x;y;z\right)$ *tels que :* $x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z+8=0$.

Soit m *un réel et* $\left(P_m\right)$ *le plan d'équation :* $2x-y+2z+m=0$.

1) Montrer que $\left(S\right)$ *est une sphère dont on déterminera le centre et le rayon.*

2) Etudier suivant les valeurs de m, la position de $\left(S\right)$ *et* $\left(P_m\right)$.

3) Montrer que $\left(S\right)\cap\left(P_4\right)$ *est un cercle dont on précisera le centre et le rayon.*

4) Soit D la droite passant par le point $A\left(2;1;1\right)$ *et de vecteur directeur* $\vec{u}\left(0;1;-1\right)$

a) Montrer qu'une équation cartésienne du plan Q contenant la droite D et perpendiculaire à $\left(P_m\right)$ *est :* $x-2y-2z+2=0$.

b) Montrer que Q est tan gent à la sphère $\left(S\right)$ *en un point H dont on déterminera les coordonnées.*