guessmaths

## *Exercice 1 :*

*On considère la fonction f définie sur* $\mathbb{R}$ *par :* $f(x)=\begin{cases} -2x & si\ x<2 \\ mx-6 & si\ x\geqslant 2 \end{cases}$

*Pour quelle valeur de m, la fonction f est-elle continue sur* $\mathbb{R}$ *?*

## *Exercice 2 :*

*On considère la fonction f définie sur* $\mathbb{R}$ *par :* $f(x)=\begin{cases} x^2-2x+2 & si\ x\leq 1 \\ \dfrac{1}{x} & si\ x>1 \end{cases}$

*La fonction f est-elle continue sur* $\mathbb{R}$ *?*

## *Exercice 3:*

*Déterminer le nombre de solution d'une équation - Donner un encadrement - Théorème des valeurs intermédiaires*

*1) Démontrer que l'équation* $x^3-3x=3$ *admet au moins une solution dans* $\mathbb{R}$ *.*
*2) Démontrer que l'équation* $x^3-3x=3$ *admet une unique solution α dans* $\mathbb{R}$ *.*
*3) Donner une valeur approchée de α à* $10^{-2}$ *près.*
*4) Déterminer le nombre de solutions de l'équation* $x^3-kx=3$*, selon les valeurs de k.*

## *Exercice 4:*

*Démontrer qu'une équation admet une solution unique - Donner un encadrement cette solution*

*1) Déterminer le nombre de solution de l'équation* $3x^4+4x^3=12x^2+13$ *dans* $\mathbb{R}$ *.*
*2) Déterminer un encadrement d'amplitude* $10^{-2}$ *de chacune des solutions.*

## *Exercice 5:*

*Méthode par balayage pour encadrer la solution d'une équation - Algorithmique*

*1) Montrer que l'équation* $x^3+x-1=0$ *admet une unique solution α sur* $\mathbb{R}$ *.*
*2) Déterminer un encadrement d'amplitude* $10^{-2}$ *de α.*

## *Exercice 6 :*

*Méthode par dichotomie pour encadrer la solution d'une équation*

*Soit f une fonction continue strictement croissante sur* $[a;b]$*,telle que* $f(a)<0$ *et* $f(b)>0$ *.*
*On sait que l'équation* $f(x)=0$ *admet une unique solution α sur* $[a;b]$*.*

*1) Écrire un algorithme pour déterminer par* ***dichotomie*** *un encadrement d'amplitude* $10^{-2}$ *de α.*
*2) Application:*
   *a) Justifier que l'équation* $x^3+x-1=0$ *admet une unique solution αα sur* $\mathbb{R}$ *.*
   *b) Déterminer par dichotomie, un encadrement d'amplitude* $10^{-2}$ *de α.*

## Exercice 7:

*Déterminer le nombre de solutions de l'équation f(x)=k selon les valeurs de k*

*L'objectif de cet exercice est de déterminer le nombre de solutions de l'équation* $2x^3+3x^2+1=k$ .

*On considère la fonction définie sur IR par :* $f(x)=2x^3+3x^2+1$.

1) *Déterminer* $f'(x)$ *et dresser le tableau de variations de f.*

2) *Calculer* $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ *et* $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ .

3) *Démontrer que l'équation* $2x^3+3x^2+1=0$ *admet sur IR une unique solution α.*
   *Déterminer un encadrement de α à* $10^{-1}$ *près.*

4) *Démontrer que l'équation* $2x^3+3x^2=1$ *admet exactement 2 solutions sur IR.*

5) *Déterminer le nombre de solutions de l'équation* $f(x)=k$ *, selon les valeurs de k.*

## Exercice 8 :

*Déterminer le nombre de solution d'une équation avec ou sans le théorème des valeurs intermédiaires*

1) *Déterminer le nombre de solution de l'équation* $x^4+4x^3=1$ *sur IR.*

2) *Démontrer que l'équation* $x^4+4x^3=0$ *admet 2 solutions sur IR:*
   a) *A l'aide du théorème des valeurs intermédiaires.*
   b) *Sans utiliser le théorème des valeurs intermédiaires.*

3) *Peut-on appliquer la méthode du 2)b) à la question 1)? Justifier.*

## Exercice 9:

*Etude des variations à l'aide fonction auxiliaire et théorème des valeurs intermédiaires*

*On considère la fonction f définie sur* $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ *par :* $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^3+1}$ .

1) *Pour tout réel* $x\neq-1$ *, déterminer* $f'(x)$ .

2) *On considère la fonction P définie sur IR par ;* $P(x)=-x^3-3x+2$ .
   a) *Étudier les variations de P sur IR.*
   b) *En déduire que l'équation* $P(x)=0$ *admet une unique solution notée α sur* $\mathbb{R}$ .
   c) *En déduire le signe de* $P(x)$ *sur* $\mathbb{R}$ .
   d) *Démontrer que* $0,5<\alpha<0,6$
   e) *Démontrer que :* $f(\alpha)=\dfrac{2}{3\alpha}$
   *En déduire un encadrement de* $f(\alpha)$.

3) *En déduire le signe de* $f'(x)$ *et les variations de f sur* $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.