



Exercice 3 « Généralités sur les fonctions » 1ère Bac Sc.Exp

Composer deux fonctions

Exercice 3

f et g sont deux fonctions définies par : $f(x) = x - 1$ et $g(x) = \sqrt{x}$

1. Déterminer D_f et D_g les domaines de définition respectifs de f et g.
2. Déterminer $D_{g \circ f}$ le domaine de définition de la fonction $g \circ f$.
3. Calculer $g \circ f(x)$.
4. Calculer $f \circ g(x)$ et préciser le domaine de définition de $f \circ g$.

Solution

1. f est une fonction affine définie sur \mathbb{R} et g est la fonction racine carrée définie sur $[0; +\infty[$. $D_f = \mathbb{R}$ et $D_g = [0; +\infty[$.

$$x \in D_{g \circ f} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in D_f \\ f(x) \in D_g \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1,$$

donc $D_{g \circ f} = [1; +\infty[$.

3. $g \circ f(x) = g(f(x))$. On remplace x par $f(x)$ dans l'expression de $g(x)$: $g(f(x)) = \sqrt{f(x)} = \sqrt{x-1}$

Remarque que pour tout x de $D_{g \circ f} = [1; +\infty[$; $(x-1)$ sous le radical est bien positif.

4. $f \circ g(x) = f(g(x))$. Le calcul de $f(g(x))$ est possible si et seulement si le calcul de $g(x)$ est possible et le calcul de l'image de $g(x)$ par f est possible. Le calcul de $g(x)$ est possible pour tout x de $[0; +\infty[$ et le calcul de l'image de $g(x)$ par f est toujours possible car $D_f = \mathbb{R}$.

Donc le domaine de définition de $f \circ g$ est $[0; +\infty[$. Pour tout x de $[0; +\infty[$:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = g(x) - 1 = \sqrt{x} - 1$$

Remarque que le nombre x sous le radical est bien positif pour tout x de $[0; +\infty[$.

Méthode

Pour calculer $g(f(x))$, on doit s'assurer que x est dans D_f , et $f(x)$ est bien dans le domaine de définition de g puis on remplace x par $f(x)$ dans l'expression de $g(x)$.