Les Polynômes :

Prof : Radouane –Niv : T.C.S

Série d'exercices 1 :

Exercice 1 :

Est-ce que les expressions suivantes sont celles d'un polynôme ? justifier :

- $P(x) = 2x^4 - \frac{5}{x} + 3$
- $R(x) = (x^2 - 1)^2$
- $H(x) = 3$
- $L(x) = 4|x^2| + x + 3$
- $M(x) = |x| - 2$
- $T(x) = \frac{2x+1}{\pi}$
- $U(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$

Exercice 2 :

On considère les polynômes $P(x);Q(x)$ *et* $R(x)$ *tels que :* $P(x) = x^2 + x + 1; Q(x) = x^3 - 5x^2 + x + 1$

Calculer : $P(1);Q(-1)$ *et* $R(\sqrt{2})$

Exercice 3 :

Sans faire le calcul ; déterminer le degré du polynôme $P(x)$ *dans chaque cas :*

1) $P(x) = -2(3x-1)(x^2+2)$

2) $P(x) = (x^2 + 3x - 1)^4$

3) $P(x) = 4x^2(1-x)(x^4+3)$

Exercice 4 :

Soit le polynôme $P(x)$ *défini par :* $P(x) = x^3 + (3a-1)x^2 + ax - 2 \, (a \in IR)$

1) Déterminer le réel a tel que $P(1) = 0$

2) Calculer dans ce cas $P(-1)$ *et* $P(0)$.

Exercice 5 :

Soient les polynômes $P(x);Q(x)$ *et* $H(x)$ *défini par :* $P(x) = 2x^5 + 3x - 1; Q(x) = 2x + 3$

$H(x) = x^2 + x + 1$

Déterminer les polynômes :

a) $P(x)+Q(x)$

b) $P(x)\times Q(x)$

c) $P(x)\times H(x)$

d) $P(x)\times Q(x)+H(x)$

Exercice 6 :

Soit $P(x)=ax^2+3x+5$

Et $Q(x)=(a+b)x^2+(a-b+c)x+a+2c$

Déterminer les réels a,b et c pour que $P(x)=Q(x)$

Exercice 7 :

Déterminer parmi les nombres -4 ;-3 ;-2 ;

-1 ;0 ;1 ;2 les racines de $P(x)$ dans chaque cas :

1) $P(x)=x^2+3x-4$

2) $P(x)=2x^3+2x^2-x-1$

3) $P(x)=x^4+x^2-2$

Exercice 8 :

Soit m un réel, déterminer m pour que 1 soit une racine du polynôme $P(x)$ dans chaque cas :

1) $P(x)=mx^2+mx-1$

2) $P(x)=x^4+3\sqrt{2}x^2-x-2m$

3) $P(x)=(x-m)(x^7+3x^2-1)+7mx$

Exercice 9 :

Effectuer la division euclidienne de $P(x)$ par x-a dans chaque cas :

1) $P(x)=x^3+5x^2+x-3; a=1$

2) $P(x)=x^4+3x^2+2x-1; a=-1$

3) $P(x)=3x^2+3x-1; a=-\dfrac{1}{2}$

Exercice 10 :

Déterminer de 2 façons différentes les réels a,b et c tels que pour tout $x\in IR$:

$x^3+6x^2+6x+5=(x+5)(ax^2+bx+c)$

Exercice 11 :

Soit $P(x)=2x^3-5x^2-x+6$

1) Montrer que -1 est une racine de $P(x)$

2) Trouver les réels a,b et c tels que : $P(x)=(x+1)(ax^2+bx+c)$

3) a) Montrer que $2x^2-7x+6$ est divisibl par x-2

b) En déduire une factorisation de $P(x)$

4) Résoudre l'équation : $P(x)=0$

Exercice 12 :

Soit $P(x)=x^3+3x^2-13x-15$

1) Vérifier que -5 est une racine de $P(x)$

2) a) Factoriser x^2-2x-3

b) Résoudre l'équation : $x^2-2x-3=0$

3) Factoriser $P(x)$

4) Résoudre l'équation $P(x)=0$ puis l'inéquation $P(x)<0$

5) Résoudre dans IR l'équation : $(x^2-4x)^3+3(x^2-4x)^2-13(x^2-4x)-15=0$