Lycée moussa bno Noussaer - Khémisset	Devoir surveillé n°03 2 ème tranche 2016/2017	1er Bac Sc Mat BIOF Prof : Abdellah Belkhatir

Durée : 02 heures

Exercice n°01 :(03 pts)

1 **1)- a)-** Déterminer suivant les valeurs de l'entier naturel n , le reste de la division euclidienne de 2^n par 5.

0,75 **b)-** En déduire le reste de la division euclidienne de $a = 2^{2048}$ par 5.

2)- Soit x un entier naturel tel que : $x \equiv 2[5]$.

1,25 ✓ Montrer que le nombre $b = 1 + x + x^2 + ... + x^{2047}$ est divisible par 5.

Exercice n°02 :(03 pts)

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose :

$$a_n = n^3 - 2n + 5 \text{ et } b_n = n + 1 .$$

0,5 **1)- a)-** Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}); a_n = b_n(n^2 - n - 1) + 6$.

0,5 **b)-** En déduire que : $(\forall n \in \mathbb{N}); a_n \wedge b_n = b_n \wedge 6$, puis donner les valeurs possibles de $a_n \wedge b_n$.

0,75 **2)- a)-** quels sont les valeurs de l'entier naturel n tel que : $\dfrac{a_n}{b_n} \in \mathbb{N}$?

0,5 **b)-** Quels sont les valeurs de l'entier naturel n tel que : $a_n \wedge b_n = 6$?

0,75 **c)-** Quels sont les valeurs de l'entier naturel n tel que : $a_n \wedge b_n = 3$?

Exercice n°03 :(04 pts)

ABC est un triangle rectangle en A tel que : $\overline{(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})} \equiv \dfrac{\pi}{3}[2\pi]$.

Le point I étant le milieu de $[BC]$ et r est la rotation de centre A et d'angle $\dfrac{\pi}{3}$.

1 **1)-** Montrer que le triangle AIB est équilatéral et que : $r(B) = I$.

2)- La parallèle à (BC) passant par A et la parallèle à (AI) passant par C se coupent au point D .

1 **a)-** Montrer que : $\overline{(\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AD})} \equiv \dfrac{\pi}{3}[2\pi]$, et que : $r(I) = D$.

b)- On pose : $J' = r(J)$ où est J le milieu du segment $[IB]$.

1 ✓ Montrer que les points I et J' et D sont alignés .

3)- E est la projection orthogonale de J sur la droite (AI) et la parallèle à (ID) passant par E coupe la droite (AD) en F .

1 ✓ Montrer que : $r(E) = F$ et que : $(AD) \perp (FJ')$.

Exercice n°04 :(05 pts)

Soit f la fonction numérique définie par :

$$f(x) = 1 - x + \frac{2\sqrt{x^2 - 1}}{x}.$$

0,75 **1)- a)-** Déterminer D_f, puis calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

0,5 **b)-** Montrer que (C_f) admet au voisinage de $+\infty$ une asymptote oblique (Δ_1) puis étudier la position relative de (C_f) par rapport à (Δ_1) .

0,75 **c)-** Montrer que (C_f) admet au voisinage de $-\infty$ une asymptote oblique (Δ_2) puis étudier la position relative de (C_f) par rapport à (Δ_2) .

1 **2)- a)-** Etudier la dérivabilité de f à droite en $a = 1$ et à gauche en $b = -1$, puis interpréter géométriquement chaque résultats .

0,75 **b)-** Montrer que f est dérivable sur $]1, +\infty[$ et $]-\infty, -1[$ et que :

$$(\forall x \in]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[); f'(x) = \frac{(2 - x^2)(x^4 + x^2 + 2)}{x^2\sqrt{x^2 - 1}\left(2 + x^2\sqrt{x^2 - 1}\right)} .$$

0,25 **c)-** Dresser le tableau de variation de f en justifiant votre réponse .

1 **3)-** Construire (C_f) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Exercice n°05 :(05 pts)

Soit (C_m) la courbe de fonction f_m définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f_m(x) = x^3 - mx^2 + (2m - 3)x + 1 - m .$$

0,75 **1)- a)-** Montrer que toutes les courbes (C_m) passent par un point fixe A .

0,75 **b)-** Montrer que toutes les courbes (C_m) admettent en A la même tangente .

0,75 **c)-** Etudier suivant m les variations de f_m .

0,75 **2)-** Construire la courbe $\left(C_{\frac{3}{2}}\right)$ dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

3)- On considère la droite (D_k) d'équation : $kx - 4y - 2 = 0$, où $k \in \mathbb{R}$.

1 **a)-** Déterminer l'ensemble des nombres réels k pour lesquels la droite (D_k) coupe la courbe $\left(C_{\frac{3}{2}}\right)$ en deux points distinctes M et M' autres que $B\left(0, \dfrac{-1}{2}\right)$.

1 **b)-** Soit N le milieu du segment $[MM']$.

✓ Quel est l'ensemble des points N, lorsque k décrit $\mathbb{R}$? Justifier votre réponse .