

Exercice 1

Calculer les limites suivantes :

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x^2+1} - \sqrt{x^2+x}}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} - x}{x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^3 - 3x^2 - 9(x-2)}{-x^3 + x - 6}$
- $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^3 - 2x} - \sqrt{4x^2 + x - 2}}{\sqrt{x+5} - \sqrt{x^2 + 5x + 8}}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^4 - x^3} - x^2)$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{5-x}}{3 - \sqrt{x+8}}$
- $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x} - 3}{2x^2 - 5x - 3}$

Exercice 2

Étudier la continuité de la fonction f en $x_0 = 1$ dans les cas suivants :

$$\bullet f(x) = \begin{cases} \frac{-4(x^2 + x - 2)}{3\sqrt{1-x}} & \text{si } x < 1 \\ \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1} & \text{si } x > 1 \\ 0 & \text{si } x = 1 \end{cases} \quad \bullet f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2 - 1)}{x - 1} & \text{si } x > 1 \\ \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) & \text{si } x < 1 \\ 2 & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

Exercice 2

$$\text{Soit } f \text{ la fonction définie sur } \mathbb{R} \text{ par : } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3} & \text{si } x < 3 \\ \frac{x - 3}{\sqrt{x+6} - 3} & \text{si } x > 3 \\ 6 & \text{si } x = 3 \end{cases}$$

La fonction f est-elle continue en 3?

Exercice 3

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \begin{cases} x + \sqrt{x^2 + 1} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{2 - 2\cos(x)}{x^2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

1) Étudier la continuité de f en 0.

2) Montrer que pour tout $x > 0$; $0 \leq f(x) \leq \frac{4}{x^2}$; en déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

3) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

WWW.GUESSMATHS.CO