Exercice 1

Sachant que : $\|\vec{u}\| = 3$; $\|\vec{v}\| = 2$ et $\vec{u}\cdot\vec{v} = \dfrac{5}{2}$

Calculer a) $\left(\dfrac{1}{2}\vec{u}+\vec{v}\right)\cdot\left(2\vec{u}-\dfrac{1}{2}\vec{v}\right)$ b) $\left(\dfrac{1}{3}\vec{u}+\vec{v}\right)^2$

c) $\vec{u}\cdot(\vec{u}-\vec{v})-(\vec{u}+\vec{v})\cdot\vec{v}$ c) $(\vec{u}+2\vec{v})\cdot(\vec{u}-2\vec{v})$

Exercice 2

Sachant que : $\|\vec{u}\| = 5$; $\|\vec{v}\| = 4$ et $\vec{u}\cdot\vec{v} = -1$

Calculer : a) $\|2\vec{u}-\vec{v}\|$ b) $\|\vec{u}+3\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}-3\vec{v}\|^2$

Exercice 3

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que : $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 1$ et $\lambda \in \mathbb{R}$.

Montrer que : $\lambda = \vec{u}\cdot\vec{v} \Leftrightarrow (\lambda\vec{u}-\vec{v})\cdot\vec{u} = 0$

Exercice 4

Soit le plan P muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

On considère les points : $A(1;-1)$; $B(0;2)$; $C\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$ et le point $D_m(2m-1;5m+2)$ tel que $m \in \mathbb{R}$.

1) Calculer les produits scolaires suivants : i) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ ii) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{DC}$ iii) $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AD}$

2) Déterminer la valeur de m pour laquelle les droites (BC) et (AD) soient perpendiculaires.

3) Calculer les distances : AB ; AC et BC.

Exercice 5

Le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

On considère les points : $A(1;1)$; $B(2;2)$ et $C(1;1+\sqrt{2})$

1) Calculer $\cos\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$ et $\sin\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$.

2) Déduire une mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$.

3) Déterminer une équation cartésienne de la médiatrice (D) du segment $[BC]$.

4) Déterminer une équation cartésienne de la hauteur (Δ) du triangle ABC qui passe par B.

Exercice 6

Soit P le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

On considère des points : $A(5;3)$; $B(4;-2)$ *et* $C(0;4)$

1) Montrer que le triangle ABC *est rectangle en A.*

2) Déterminer une équation cartésienne du cercle (C) *qui circonscrit le triangle* ABC.

3) Déterminer une équation cartésienne de chacune des deux droites tangentes à (C) *et qui sont parallèles à la droite* (BC)