Série n ° 7 d'exercices fonctions exponentielles

Exercice 12

f et g sont les fonctions d´définies sur IR par : $f(x)=-x^2e^x$ *et* $g(x)=(x^2-x-1)e^x$

1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes C_f *et* C_g *représentatives des fonctions f et g.*

2. Déterminer la position relative de C_f *et* C_g.

3. Déterminer les limites de f et g en $-\infty$ *et* $+\infty$.

4. Dresser les tableaux de variations de f et g.

Exercice 14

Soit f la fonction d´définie sur $[0;+\infty[$ *par :* $f(x)=(x-1)(2-e^{-x})$. *On note C sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité graphique 2 cm et* Δ *la droite d'équation* $y=2x-2$

1. *a) Etudier les limites de f en* $-\infty$ *et* $+\infty$.
   b) Etudier la position relative de C et Δ.
2. *a) Calculer* $f'(x)$ *et montrer que, pour tout réel x,* $f'(x)=xe^{-x}+2(1-e^{-x})$.

   b) En d´enduire que, pour tout réel x positif, $f'(x)>0$.

   c) Préciser la valeur f(0), puis ´établir le tableau de variation de f. 3. Avec le plus grand soin, tracer C et Δ *dans le même repère.*
4. *Déterminer le point de A de C où la tangente `a C est parallèle `a* Δ*. Tracer cette tangente dans le repère précédent.*

Exercice 16

Soit f la fonction d´définie sur IR par : $f(x)=x+1-\dfrac{2e^x}{e^x+1}$.

On note C_f *sa courbe représentative dans un repère orthogonale.*

1. Démontrer que f est une fonction impaire. Que peut-on en d´déduire pour la courbe C_f *?*

Montrer que pour tout réel x, $f(x)=x+1-\dfrac{2}{1+e^{-x}}$ *. En d´déduire la limite de f en* $+\infty$.

3. a) Montrer que pour tout réel x, $f(x)-(x-1)=\dfrac{2}{e^x+1}$.

En d´déduire que la droite d'équation Δ *d'équation y = x − 1 est asymptote à* C_f *en* $+\infty$.

b) préciser la position de C_f *par rapport à* Δ.

Exercices 17

On considère la fonction f d´définie sur IR par : $f(x)=\dfrac{1}{e^x+e^{-x}}$ *, et on d´désigne par C sa courbe représentative.*

1. Etudier la parité de f. Que peut-on en d´déduire pour la courbe Γ ?

2. Démontrer que, pour tout réel x positif ou nul, $e^{-x} \leq e^{x}$.
3. a) Déterminer les limites de f en $+\infty$.
b) Etudier les variations de f sur $[0;+\infty[$, et tracer l'allure de C.

Exercice 18

f est la fonction définie sur IR par $f(x)=(2x+1)e^{-2x}$. C est sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ (unité graphique 2 cm).

1. a) Déterminer la limite de f en $+\infty$ Que peut-on en d´déduire ?
b) Déterminer la limite de f en $-\infty$.
2. Dresser le tableau de variation de f.
3. a) Déterminer les coordonnées du point A d'intersection de C avec l'axe des abscisses.
b) Etudier le signe de f(x) suivant les valeurs de x.

Exercice 19

g_1 et g_2 sont les fonctions d´définies sur IR par $g_1(x)=xe^{-x}$ et, $g_2(x)=x^2e^{-x}$

1. a) Etudier les limites de g_1 et g_2 en $-\infty$ et $+\infty$. Interpréter graphiquement ces résultats.
b) Etudier le sens de variation de g_1 et g_2.
2. Dans un repère orthonormé du plan, on note C1 et C2 les courbes représentatives de g1 et g
a) préciser la position relative des deux courbes.
b) Tracer les deux courbes.
3. a) Donner une équation de la tangente à la courbe C1 au point d'abscisse a (a réel).
b) Cette tangente coupe l'axe des ordonnées en un point N.
Déterminer en fonction de a, l'ordonnée de N.