

Exercice 1

Calculer les limites suivantes:

• $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(\arctan(2x) - \arctan(x))$

• $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x^2 + x + 1) + \frac{\pi}{4}}{x^2 + 3x}$

• $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arctan(\sqrt[3]{x} - 1)}{\sqrt{2 - x} - 1}$

• $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x - 2\sqrt{\arctan(x) - \frac{\pi}{4}} - 1}{x - 1}$

Exercice 2

Soit la fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = 1 + \sqrt[3]{x^3 - 2x^2} & \text{si } x \geq 2 \\ f(x) = \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2-x}}\right) & \text{si } x < 2 \end{cases}$$

- 1) Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$.
- 2) Etudier la dérivabilité de f en 2 et interpréter le résultat obtenu.
- 3) Etudier la dérivabilité de f en 0 et interpréter le résultat obtenu.
- 4) Etudier les branches infinies de (C_f) .
- 5) Montrer que f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$
- 6) Tracer (C_f) dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- 7) Soit g la restriction de f sur $I =]-\infty; 2[$
 - a) Montrer que g définit une bijection de I sur un intervalle J à déterminer.
 - b) Tracer la courbe de g^{-1} .
 - c) Déterminer $g^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.

Exercice 3

- 1) Montrer que : $2\arctan(2) + \arctan\left(\frac{4}{3}\right) = \pi$.
- 2) Montrer que pour tout $x \in]1; +\infty[$: $\arctan\left(\frac{2x}{1-x^2}\right) = 2\arctan(x) - \pi$
- 3) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $\arctan(x) + \arctan(\sqrt{x^2 + 1} - x) = \frac{\pi}{2}$

Exercice 4

Soit f une fonction numérique Continue sur $[a;b]$ (avec $a < b$)

Montrer que : $(\exists c \in] a;b[) / f(c) = \frac{1}{a-c} + \frac{1}{b-c}$.

WWW.GUESSMATHS.CO