Examen Blanc N° 7 *2éme Bac PC- SVT*

Exercice 1

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ *, on considère les points suivants* $A(1;-1;2)$ *;* $B(0;-2;3)$ *;* $C(2;1;5)$ *et* $D(3;-2;3)$ *.*

Soit (S) *la sphère dont* $[AB]$ *est un diamètre*

1. a. Montrer que : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$.

b. Calculer AB *et* AC *.*

c. En déduire $\left\|\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right\|$

2. a. Montrer que : $\overrightarrow{AC}\wedge\overrightarrow{AD}=-5\overrightarrow{AB}$.

b. En déduire que : $x+y-z+2=0$ *est l'équation cartésienne du plan* (ADC)

3. a. Déterminer une équation cartésienne de la sphère (S).

b. Montrer que le plan (ABC) *est tangent à la sphère (S) en un point dont on déterminera les coordonnées.*

c. Montrer que la droite passant par D *et parallèle à la droite* (BC) *coupe la sphère* (S) *en deux points dont on déterminera les coordonnées.*

Exercice 2

On considère dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct les points A *;* B *;* C *et* Ω *d'affixes respectives a ;b ; c et* ω *tels que :*

$a=2+i\left(1+\sqrt{3}\right)$; $b=\left(1-\sqrt{3}\right)+2i$; $c=\left(2-\sqrt{3}\right)+\left(\sqrt{3}+2\right)i$ *et* $\omega=1+i$

1. a. Montrer que : $c=a+b-\omega$ *et en déduire:* $\overrightarrow{\Omega C}=\overrightarrow{\Omega A}+\overrightarrow{\Omega B}$.

b. Ecrire sous forme trigonométrique chacun des nombres complexes $a-\omega$ *et* $b-\omega$.

c. Montrer que: $\dfrac{a-\omega}{b-\omega}=i$ *et en déduire que* B *est l'image de A par une rotation dont on déterminera le centre et l'angle.*

2. a. Montrer que le quadrilatère ΩACB *est un carre.*

b. En déduire que $\arg\dfrac{c-\omega}{a-\omega}\equiv\arg\dfrac{b-\omega}{c-\omega}[2\pi]$ *et que :* $(c-\omega)^2=(a-\omega)(b-\omega)$

3. a. Ecrire sous forme exponentielle le nombre complexe $c-\omega$.

b. En déduire $\cos\dfrac{7\pi}{12}$ *et* $\sin\dfrac{7\pi}{12}$.

Exercice 3

Un sac contient 8 balles : 5 balles Blanches portent les chiffres 1; 1; 2; 2 et 3 balles noires portent les chiffres 1 ; 2 ; 3(Ces balles sont indiscernables au toucher).

1. On tire simultanément et au hasard 2 balles dans le sac.

a. Calculer les probabilités des évènements suivants :

A *« les deux balles tirées sont de même couleur ».*

B *« les deux balles tirées portent le même chiffre ».*

b. Soit X *la variable aléatoire qui associe tout tirage par la somme des chiffres portés par les deux balles tirées.*

Déterminer l'ensemble des valeurs prises par la variable aléatoire X *et montrer que :* $P(X=4)=\dfrac{9}{28}$ *et*

$P(X=2)=\dfrac{3}{28}$.

Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .

2. On tire successivement du sac et sans remise 3 balles.

Calculer les probabilités des évènements suivants

C « parmi les balles tirées une balle et seulement une est de couleur noire ».

D « La somme des chiffres des trois balles tirées est impaire ».

Exercice 4

On considère la suite numérique (V_n) définie par : $V_0=\dfrac{1}{2}$ *et* $V_{n+1}=\dfrac{V_n}{\sqrt[3]{7+8V_n^{\,3}}}$ *pour tout n de* $\mathbb{N}$.

1. a. Montrer par récurrence que : $V_n>0$ *pour tout n de* $\mathbb{N}$.

b. Montrer que la suite (V_n) est strictement décroissante

c. En déduire que la suite (V_n) est convergente.

2. Soit la Suite (U_n) définie par : $U_n=\dfrac{1}{V_{n+1}^3}-\dfrac{1}{V_n^3}$.

a. Montrer que la suite (U_n) est une suite géométrique de raison 8.

b. Sot n un entier naturel

Montrer que : $\dfrac{1}{V_{n+1}^3}-\dfrac{1}{V_n^3}=U_0+U_1+.....+U_{n-1}$ *; en déduire V_n en fonction de n*

c. En déduire que $V_n<\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ *pour tout n de* $\mathbb{N}$.

3. Déterminer la limite de la suite (V_n).

Problème

On considère la fonction numérique définie sur $]0;+\infty[$ *par :* $h(x)=x^2+2\ln x-(\ln x)^2$

Soit (C) la courbe représentative de la fonction h dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. a. Montrer que $h(x)=x^2+(2-\ln x)\ln x$ *; pour tout x de* $]0;+\infty[$.

b. Montrer que: $\lim\limits_{x\to 0^+} h(x)=-\infty$ *; Interpréter géométriquement ce résultat.*

2. a. Montrer que: $h(x)=x^2+(2-\ln x)\ln x$

b. En déduire que $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=+\infty$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{h(x)}{x}=+\infty$ *; Interpréter géométriquement ces résultats*

3. a. Montrer que: $h'(x)=2\dfrac{x^2+1-\ln x}{x}$ *; pour tout x de* $]0;+\infty[$

b. Montrer que: $h'(x)\geq 2\dfrac{x^2-x+2}{x}$ *; pour tout x de* $]0;+\infty[$.

(On pourra utiliser le résultat: $\ln x\leq x-1$ *;pour tout x de* $]0;+\infty[$ *)*

c. En déduire que la fonction h est strictement croissante sur $]0;+\infty[$.

4. a. Montrer qu'il existe un réel unique α tel que: $h(\alpha)=0$ *et* $\alpha\in]0;1[$.

b. Montrer que : $h\left(\dfrac{1}{2}\right)=\left(\dfrac{\sqrt{5}}{2}+\ln 2e\right)\ln\left(\dfrac{1}{2}e^{\frac{\sqrt{5}}{2}-1}\right)$ *et en déduire que* $\alpha>\dfrac{1}{2}$.

5. a. Montrer que: $h(x)=(1+x^2)-(\ln x-1)^2$ *pour tout x de* $]0;+\infty[$.

www.guessmaths.co   E-mail : abdelaliguessouma@gmail.com   whatsapp : 0604488896

b. *En déduire que* α *est une solution de l'équation* $\ln x = 1-\sqrt{1+x^2}$.

c. *En utilisant une intégration par parties montrer que :* $\int_{\alpha}^{1}(\ln x-1)^2\,dx = 5-\alpha^3-2\alpha\sqrt{1+\alpha^2}-3\alpha$.

6. a. *Tracer la courbe* (C) *(on prendre* $\alpha \simeq 0,8$ *)*

b. *Soit* S *la surface en* cm^2 *da la partie du plan délimite par l'axe des abscisses et la courbe* (C) *et les droites d'équations respectives* $x=\alpha$ *et* $x=1$.

Montrer que : $\frac{13}{12}+\sqrt{5} < S-\frac{11}{3} < \frac{8}{3}+2\sqrt{2}$.

7. *Résoudre graphiquement l'inéquation :* $e^{2x}+2x-x^2 > 2$.