guessmaths

Serie n°1 d'exercices sur La logique — 1ére Bac SM

Exercice 1

Soient les quatre assertions suivantes :

(a) $\exists x \in \mathbb{R} ; \forall y \in \mathbb{R} \ / x+y>0$; **(b)** $\forall x \in \mathbb{R} ; \exists y \in \mathbb{R} \ / x+y>0$

(c) $\forall x \in \mathbb{R} ; \forall y \in \mathbb{R} \ / x+y>0$; **(d)** $\exists x \in \mathbb{R} ; \forall y \in \mathbb{R} \ / \ y^2>x$.

1. Les assertions **(a)**, **(b)**, **(c)**, **(d)** sont-elles vraies ou fausses ?
2. Donner leurs négations

Exercice 2

Soit f une application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$. Nier, de la manière la plus précise possible, les énoncés qui suivent :

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$; $f(x) \leq 1$.
2. L'application f est croissante.
3. L'application f est croissante et positive.
4. Il existe $x \in \mathbb{R}^+$ tel que $f(x) \leq 0$.
5. Il existe $x \in \mathbb{R}$ tel que quel que soit $y \in \mathbb{R}$, si $x<y$ alors $f(x)>f(y)$.

On ne demande pas de démontrer quoi que ce soit, juste d'écrire le contraire d'un énoncé.

Exercice 3

Nier les assertions suivantes :

1. tout triangle rectangle possède un angle droit ;
2. dans toutes les écuries, tous les chevaux sont noirs ;
3. $\forall \varepsilon>0 ; \exists \alpha>0 \ / \ \left|x-\frac{7}{5}\right|<\alpha \Rightarrow |5x-7|<\varepsilon$.

Exercice 4 :

Ecrire avec des quantificateurs les propositions suivantes :

a) Il existe un nombre rationnel dont le carré vaut deux.
b) La somme de deux nombres positifs quelconques est un nombre positif.
c) Le carré de n'importe quel nombre réel est un nombre positif.
d) L'équation $x^2-3x+1=0$ admet une solution réelle.
e) Tout entier naturel est pair ou impair.
f) Pour chaque entier, on peut trouver un entier strictement plus grand.
g) Il y a un entier plus grand que tous les entiers.
h) Si un nombre réel x inférieur de -1 alors il est strictement négatif.
i) Le produit de deux réels est nul si et seulement si l'un d'entre eux est nul.
j) L'équation $\sin x=x$ a une et une seule solution dans $\mathbb{R}$.

Exercice 5 :

Exprimer à l'aide de quantificateurs les propositions suivantes :

a) f est la fonction nulle (où f est une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$).
b) Le dénominateur D de f s'annule au moins une fois sur $\mathbb{R}$.
c) La courbe de f coupe la droite d'équation $y=x$.
d) f est croissante sur $\mathbb{R}$ (où f est une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$).

www.guessmaths.co E-mail : abdelaliguessouma@gmail.com whatsapp : 0604488896

e) Pour tout point M du plan P, M est sur le cercle C de centre Ω et de rayon R si et seulement si la distance de Ω à M est égale à R.
f) L'équation $x^2 = 3$ n'admet aucune solution rationnelle.
g) Il existe un réel plus petit que tous les réels.
h) Pour tout nombre réel x, il existe un unique entier relatif p tel que $p \le x < p+1$.
i) Tout entier naturel divisible par 4 est un nombre pair.
j) Entre deux réels distincts, il existe un rationnel.

Exercice 6 :

Ecrire avec des quantificateurs les propositions suivantes :
1) f n'est pas nulle (où f est une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$).
2) Le dénominateur D de la fraction ne s'annule pas sur $\mathbb{R}$.
3) f n'est pas croissante sur $\mathbb{R}$ (où f est une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$).

Exercice 7 :

Donner la négation des propositions suivantes et dire pour chacune d'elles si elle est vraie ou fausse.

(P) $(\forall x \in \mathbb{R}) : \sqrt{1+x^2} - |x| \ge 0$;

(Q) $(\exists n \in \mathbb{N}^*)(\forall x \in \mathbb{R}) : \dfrac{x^{2n}}{1+x} > 1$

(R) $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}) : y < x$;

(S) $(\forall x \in \mathbb{R}) : (x^2 - |x| + 1 \ge 0)$ *et* $(-1 \le x \le 1)$

(T) $(\forall x \in [1;+\infty[) : x^2 + x - 2 \ge 0$;

(U) $(\forall x \in \mathbb{R}) : (x \ge 0)$ *ou* $(x \le 0)$

(V) $(\forall y \in \mathbb{R}^*)(\exists x \in \mathbb{R}) : x^2 - xy + y^2 = 0$