Calcul Trigonométrique 1 :

Prof : Radouane –Niv : T.C.S

Série d'exercices 1 :

Exercice 1 :

1) Placer sur le cercle trigo © les points suivants :

$D\left(-\frac{\pi}{4}\right);E\left(\frac{3\pi}{4}\right);F\left(-\frac{2\pi}{3}\right);G\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

2) Sur le cercle trigo © ; colorie l'ensemble des points M d'abscisse curviligne α qui vérifie :

a) $\alpha \in \left]-\pi;-\frac{2\pi}{3}\right]$; b) $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right]$

Exercice 2 :

Représenter sur le cercle trigo les points M, dont les abscisses curvilignes sont les réels : $\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{3}$ avec $k\in\mathbb{Z}$

Exercice 3 :

Sachant que $\left(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}\right)\equiv-\frac{\pi}{9}[2\pi]$ et $\left(\overrightarrow{u};\overrightarrow{w}\right)\equiv-\frac{\pi}{4}[2\pi]$

Déterminer la mesure principale de chacun des angles orientés suivants :

$\left(\overrightarrow{v};\overrightarrow{w}\right);\left(-\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}\right)$ et $\left(-\overrightarrow{w};\overrightarrow{v}\right)$

Exercice 4 :

Calculer :

$A=\sin(x)+\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)+\sin(x+\pi)+\sin\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)$

$B=\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+\cos\left(\frac{\pi}{7}\right)+\cos\left(-\frac{\pi}{7}\right)$

$C=\cos\left(\frac{\pi}{9}\right)+\cos\left(\frac{4\pi}{9}\right)+\cos\left(\frac{5\pi}{9}\right)+\cos\left(\frac{8\pi}{9}\right)$

Exercice 5 :

Soit x un réel, simplifier les expressions suivantes :

$A=\cos(\pi+x)+\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+\sin(\pi-x)$

$B=\cos(x)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)+\cos\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)+\cos(\pi+x)$

$C=\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)+\cos(x+\pi)+\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)+\sin(\pi-x)$

$D=\sin^2 x+2\cos^2 x-1$; $E=\sin^2 x-\cos^2 x$

$F=(\cos x+\sin x)^2+(\cos x-\sin x)^2$

Exercice 6 :

1) Justifier les égalités suivantes :

$\cos\left(\frac{\pi}{10}\right)=\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ et $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)=\sin\left(\frac{3\pi}{10}\right)$

2) En déduire que :

$\cos^2\left(\frac{\pi}{10}\right)+\cos^2\left(\frac{2\pi}{10}\right)+\cos^2\left(\frac{3\pi}{10}\right)+\cos^2\left(\frac{4\pi}{10}\right)=2$

Exercice 7 :

On donne $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)=\sqrt{2}-1$ sans utiliser la calculatrice.

1) Calculer : $\tan\left(\frac{7\pi}{8}\right)$ et $\tan\left(\frac{3\pi}{8}\right)$

2) Calculer : $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et $\cos\left(\frac{7\pi}{8}\right)$

3) Calculer : $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\frac{7\pi}{8}\right)$

4) Calculer : $\sin\left(\frac{3\pi}{8}\right)$ et $\cos\left(\frac{5\pi}{8}\right)$

Exercice 8 :

Soit x un réel, on pose $\alpha=\cos x+\sin x$; calculer en fonction de α les expressions suivantes :

$A=\cos x.\sin x$

$B=\cos^3 x+\sin^3 x$

$C=\cos^4 x+\sin^4 x$

Exercice 9 :

Soit x un réel tel que : $x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$ et $x\neq k\pi$ $k\in\mathbb{Z}$

Montrer les égalités suivantes :

1) $\left(\frac{1}{\cos x}+\tan x\right)\left(\frac{1}{\cos x}-\tan x\right)=1$

2) $\frac{1}{\tan^2 x}-\cos^2 x=\frac{\cos^2 x}{\tan^2 x}$

3) $\tan^2 x\sin^2 x=\tan^2 x-\sin^2 x$

4) $\frac{\cos^8 x-\sin^8 x}{\cos^4 x+\sin^4 x}=2\cos^2 x-1$

Exercice 10 :

Soit α *et* β *2 réels tels que :*

$0<\alpha<\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}<\beta<\pi;\alpha+\beta=\pi$

Et $\tan\alpha.\tan\beta=2\sqrt{2}-3$

1) Montrer que : $\tan\beta=1-\sqrt{2}$

2) Calculer $\cos\beta$ *; en déduire* $\cos\alpha$

Exercice 11 :

Pour tout réel x, on pose :

$A(x)=\cos^3 x+\sin^3 x-(\cos x+\sin x)$

1) Montrer que : $A(x)=-\cos x\sin x(\cos x+\sin x)$

2) Vérifier que : $A\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=A(-x)$

Et $A(x+\pi)=-A(x)$

3) Calculer $A\left(\frac{2017\pi}{6}\right)$

Exercice 12 :

Soit x un réel.

Montrer que : $\cos^6 x+\sin^6 x=1-3\sin^2 x+3\sin^4 x$

Montrer que pour tout réel x, on a :

$\cos^6 x+\sin^6 x\geq\frac{1}{4}$