guessmaths

Examen Normalisé n° 36 **2éme Bac PC**

EXERCICE 1 :

Le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct

On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 1 - i$; $z_B = \sqrt{3} - i$ et $z_C = 2 + \sqrt{3} + i$

1- Ecrire les nombres complexes z_A et z_B sous formes trigonométriques.

2- a- Montrer que : $z_A \times z_C = \left(1+\sqrt{3}\right) z_B$

b- En déduire que : $z_C = \left(\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$

c- Montrer alors que $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ ct $\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

3- a- Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tel que : $|z+i-1| = 3$

b- Déterminer l'ensemble des points M d'affixe $z \neq z_B$ tel que : $\left|\frac{z+i-1}{z+i-\sqrt{3}}\right| = 1$

EXERCICE 2 :

Soit f la fonction définie sur $]1;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{x^2+3x-1}{x-1}$

1) Montrez que pour tout x de $]1;+\infty[$ $f(x) = x + 4 + \frac{3}{x-1}$

2) Calculez $\int_4^2 \frac{x^2+3x-1}{x-1}dx$

3) En utilisant une intégration par parties calculer l'intégrale: $I = \int_1^e x\ln x \, dx$.

EXERCICE 3 :

1. On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 4 \quad (\forall n \in \mathbb{N}) \end{cases}$

a) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N})$; $3 \leq u_n \leq 8$.

b) Montrer que la suite (u_n) est croissante ; puis déduire qu'elle est convergente.

2. On considère la suite (v_n) définie par : $v_n = u_n - 8$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

a. Montrer que : la suite (v_n) est géométrique on détermine sa raison q .

b. Montrer que : $u_n = 8 - \frac{5}{2^n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

c. Calculer : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

d. Déterminer la plus petite valeur de l'entier naturel n qui vérifie : $u_n - 8 > -10^{-5}$.

e. Calculer en fonction de n la somme suivante : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + ... + v_{n-1}$.

www.guessmaths.co E-mail : abdelaliguessouma@gmail.com whatsapp : 0604488896

WWW.GUESSMATHS.CO

Problème

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x)=\ln(1+2e^{x})$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

Partie I

1) Etudier les variations de f sur IR.
2) Montrer que la droite (D) d'équation $y=x+\ln 2$ est une asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$.
3) Etudier la position relative de (C) et de la droite (D).
4) Tracer (D) ; (C) et la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0.

Partie II

On considère la suite (U_n) définie par : $U_0=0$ et $U_{n+1}=f(U_n)$ pour tout $n\in IN$

1) Montrer que pour tout $n\in IN$; $U_{n+1}-U_n\geq \ln 2$.
2) Montrer que (U_n) n'est pas convergente.
3) On pose : $V_n=1+e^{U_n}$ pour tout $n\in IN$.
   a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 2.
   b) déduire l'expression de U_n en fonction de n.
   c) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

Partie III

1) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur IR^{+}.
2) Déterminer l'expression de $f^{-1}(x)$ pour tout $x\in IR^{+}$.
3) Tracer la courbe $(C_{f^{-1}})$ de f^{-1} dans le même repère que (C).
4) Soit A l'aire, de la région de plan limitée par $(C_{f^{-1}})$ l'axe des abscisses et les droits d'équations respectives $x=2\ln 3$ et $x=3\ln 3$.

Montrer que : $\ln 3.\ln 4\leq A\leq \ln 3.\ln 13$