EXERCICE 1:

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l' équation

$$(E): 2z^2 - \sqrt{3}\left(\sqrt{3}+i\right)z + \left(1+\sqrt{3}i\right) = 0$$

2) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation

$$(E'): 2z^8 - \sqrt{3}\left(\sqrt{3}+i\right)z^4 + \left(1+\sqrt{3}\ i\right) = 0$$

3) Le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$, On considère les points A et B d'affixe respectives

$z_A = \dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}$ *et* $z_B = iz_A$. *Soit I le milieu de $[AB]$*

a) Donner la forme exponentielle de z_A et de z_B.

b) Placer les points A, B , et I dans le repère $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$

4) a) Montrer que le triangle OAB est un triangle rectangle et isocèle

b) En déduire que $OI = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ *et que*

$$\left(\vec{u},\overrightarrow{OI}\right) \equiv \frac{7\pi}{12}\ [2\pi]$$

c) Ecrire z_I sous la forme algébrique et en déduire la valeur exacte de $\cos\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$ *et* $\sin\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$.

EXERCICE 2:(complexe)

On considère le nombre complexe : $a = \sqrt{2-\sqrt{3}} - i\ \sqrt{2+\sqrt{3}}$

1°) Calculer a^2 puis déterminer son module et son argument .

2°) a)En déduire le module de a et justifier qu'une mesure de l'argument de a est $-5\ 12\ \pi$.

b) Représenter dans un repère orthonormé direct les points A ,B etC d'affixes respectives : a , $-a$ et a^2.

3°) Déduire de ce qui précède les valeurs exactes de $\cos\dfrac{5\pi}{12}$; $\sin\dfrac{5\pi}{12}$ *puis de* $\cos\dfrac{17\pi}{12}$ *et* $\sin\dfrac{17\pi}{12}$ *ainsi que* $\cos\dfrac{\pi}{12}$ *et* $\sin\dfrac{\pi}{12}$.

4°) Déterminer puis représenter sur le graphique précédent l'ensemble (E) des points M d'affixe z tels que $a^2 z$ soit réel.

5°) Déterminer puis représenter sur le graphique précédent l'ensemble (F) des points M d'affixe z tels que $\dfrac{z-a}{z+a}$ *soit imaginaire pur non nul .*

EXERCICE 3:(complexe

Soient les suites $(u_n)_{n\in IN}$ *et* $(v_n)_{n\in IN}$ *définies par :* $u_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ *et* $v_n = n\dfrac{\pi}{3}$

On désigne par M_n le point du plan d'affixe z_n définie par : $z_n = u_n e^{iv_n} = u_n(\cos v_n + i\sin v_n)$.

www.guessmaths.co *E-mail : abdelaliguessouma@gmail.com* *whatsapp : 0604488896*

1°) Déterminer les valeurs de n pour lesquelles z_n est réel.

2°) Le plan complexe (P) est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$ (on prendra 4cm pour unité de longueur).

a) Représenter dans P les points M_0, M_1, M_2, M_3 et M_4

b) Calculer en fonction de u_n les longueurs des trois côtés du triangle OM_nM_{n+1}.

Quelle est la nature de ce triangle?

3°) Soit la suite $(a_n)_{n\in IN}$ définie par $a_n=|z_{n+1}-z_n|$

Montrer que cette suite est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

Déterminer sa limite.

***EXERCICE 4:*(complexe)**

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{e_1};\vec{e_2})$ .unité graphique 1 cm.

Soient (u_n) une suite géométrique de raison 2 et de premier terme u_1 positif et (θ_n) une suite arithmétique de raison $\frac{\pi}{3}$,de premier terme θ_1 . On désigne , pour tout n entier naturel non nul , par z_n le nombre complexe de module u_n et d'argument θ_n et par M_n le point d'affixe z_n

1°) a) Calculer sous forme trigonométrique z_1 ; z_2 et z_3 sachant que leur produit est égal à $8i$.

b) Construire les images M_n ,pour $n=1\,;2\,;3$ et 4 dans le repère $(O;\vec{e_1};\vec{e_2})$.

c) Calculer la distance M_1M_2 .

d) z_n peut-il être réel ? Pour la suite de l'exercice on prendra $u_1=1$.

2°) a) Donner la forme trigonométrique puis algébrique de $\frac{z_{n+1}}{z_n}$.

b) Exprimer alors z_{n+1} et $z_{n+1}-z_n$ en fonction de z_n

c) En déduire la distance $M_{n+1}M_n$ en fonction de u_n