L'Ordre dans IR :

Prof : Radouane –Niv : T.C.S :

Résumé de cours :

*1) **Ordre et opérations :***

Définition :

Soit a et b 2 réels.

1) $a \leq b$ *signifie que* $a-b \in \mathbb{R}^-$

2) $a \geq b$ *signifie que* $a-b \in \mathbb{R}^+$

3) *a<b signifie que* $a-b \in \mathbb{R}_-^*$

4) *a>b signifie que* $a-b \in \mathbb{R}_+^*$

Remarque :

$a \geq b$ *signifie que a>b ou a=b*

***Propriétés** :*

Soient a,b,c et d des réels.

1) $a \leq a$

2) Si $a \leq b$ et $b \leq c$ alors $a \leq c$

3) Si $a \leq b$ et $b \leq a$ alors $a = b$

4) Si $a \geq 0$ et $b \geq 0$ alors $ab \geq 0$ et $a+b \geq 0$

5) Si $a \leq 0$ et $b \leq 0$ alors $ab \geq 0$ et $a+b \leq 0$

6) Si $a \leq 0$ et $b \geq 0$ alors $ab \leq 0$

*7) **Ordre et addition :***

Si $a \leq b$ alors $a+c \leq b+c$

Si $a \leq b$ alors $a-c \leq b-c$

Si $a \leq b$ et $c \leq d$ alors $a+c \leq b+d$

*8) **Ordre et multiplication** :*

Si c>0 alors $(a \leq b \text{ équivaut à } ac \leq bc)$

Si c<0 alors $(a \leq b \text{ équivaut à } ac \geq bc)$

Si $0 \leq a \leq b$ et $0 \leq c \leq d$ alors $ac \leq bd$

*9) **Ordre et inverse** :*

Soit a et b 2 réels distincts et de même signe

$a \leq b$ *équivaut à* $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$

*10) **Ordre et carré :***

Si $0 \leq a \leq b$ alors $a^2 \leq b^2$

Si $0 \leq b \leq a$ alors $a^2 \geq b^2$

*11) **Ordre et racine carrée** :*

Si $0 \leq a \leq b$ alors $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$

*2) **Encadrement et intervalles** :*

- *Les intervalles bornés :*

  Soit a<b

  $[a;b]$ *équivaut à* $a \leq x \leq b$

$]a;b[$ *équivaut à* $a<x<b$

$]a;b]$ *équivaut à* $a<x\leq b$

- *Les intervalles non bornés :*

  $[a;+\infty[$ *équivaut à* $x\geq a$

  $]-\infty;b]$ *équivaut à* $x\leq b$

Remarque *:*

$IR^{+}=[0;+\infty[$; $IR^{-}=]-\infty;0]$

$IR_{+}^{*}=]0;+\infty[$; $IR_{-}^{*}=]-\infty;0[$

- ***Encadrement d'un nombre réel*** *:*
  Encadrer x signifie que : $a<x<b$ *ou*
  $a\leq x\leq b$ *ou* $a\leq x<b$ *ou* $a<x\leq b$
  Le nombre réel positif b-a est l'amplitude de l'encadrement.

3) ***La valeur absolue et ses propriétés*** *:*

Définition *:* $|x|=x$ *si x>0*

$|x|=-x$ *si x<0*

$|x|$ *est la valeur absolue de x.*

Exemple *:*

$|-3|=3;|6|=6$

$\left|\sqrt{3}-2\right|=-\left(\sqrt{3}-2\right)=2-\sqrt{3}$

Conséquences :

1) $|x|=0$ *équivaut à x=0*

2) $|-x|=|x|$

3) $|x^{2}|=|x|^{2}=x^{2}$

4) $\sqrt{x^{2}}=|x|$

Propriétés :

1) $|xy|=|x||y|$

2) $|x^{n}|=|x|^{n}$

3) Si $x\neq 0;\left|\frac{1}{x}\right|=\frac{1}{|x|}$ *et* $\left|\frac{y}{x}\right|=\frac{|y|}{|x|}$

4) $|x|=|y|$ *équivaut à x=y ou x=-y*

5) Si $a\in IR^{+}$; $|x|=a$ *équivaut à x=a ou x=-a*

6) $|x+y|\leq|x|+|y|$

7) $a\in IR_{+}^{*};|x|\leq a$ *équivaut à* $-a\leq x\leq a$

$|x|\geq a$ *équivaut à* $x\leq -a$ *ou* $x\geq a$

8) $-|x|\leq x\leq|x|$

✓ ***Distance et valeur absolue :***

Définition *:*
Soit x et y 2 réels.
La distance entre les 2 réels x et y est le réel positif $|x-y|$

Remarque :
Soit $I=[a;b]$
La longueur de l'amplitude est $|b-a|$
Le centre de $[a;b]$ *est* $c=\dfrac{a+b}{2}$
Le rayon de $[a;b]$ *est* $r=\dfrac{b-a}{2}$

4) ***Approximations :***

Définition :
$\alpha>0$
On dit que A est une approximation du réel x à α *près signifie que :* $A-\alpha\le x\le A+\alpha$

Exemple :
$3,1\le\pi\le3,2$
Donc $3,15-0,05\le\pi\le3,15+0,05$
3,15 est une approximation de π *à 0,05 près*
C'est-à-dire 5×10^{-2} *près.*