

Exercice 1

On considère la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{21(\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+3})}{2x^2 - 3x + 1} & \text{si } x \neq 1 \text{ et } x \neq \frac{1}{2} \\ f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} \end{cases}$$

1) Etudier la continuité de au point $x_0 = 1$.

2) Etudier la continuité de au point $x_1 = \frac{1}{2}$.

Exercice 2

On considère la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{5\sqrt{x+5} - \sqrt{2x+11} - 7}{x^2 + 3x + 2} & \text{si } x \neq -1 \\ f(-1) = 5 \end{cases}$$

1) Etudier la continuité de au point $x_0 = -1$.

2) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

Exercice 3

On considère la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{4x^2 - 5x + 1} & \text{si } x < 1 \\ f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 1}{3(\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x+2})} & \text{si } x > 1 \\ f(1) = \frac{4}{3} \end{cases}$$

1) Etudier la continuité à droite et à gauche de au point $x_0 = 1$.

2) En déduire la continuité au point $x_0 = 1$.

Exercice 4

On considère la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{7x+2} - \sqrt{3x+a}}{x-2} & \text{si } x < 2 \\ f(x) = \frac{\sqrt[3]{12x+3} - 3}{3(x-2)} + b & \text{si } x > 2 \\ f(2) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Déterminer a et b pour que la fonction f soit continue au point 2.

Exercice 5

On considère la fonction f définie par : $f(x) = 4x + 1 + \frac{1}{x-1}$

1) Déterminer D_f , puis calculer $f(0)$; $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et $f\left(\frac{3}{2}\right)$.

2) Calculer les limites de f aux bornes de D_f .

3) Calculer $f'(x)$.

4) Donner le tableau de variations de f .

5) Donner les images des intervalles suivants: $]-\infty; \frac{1}{2}[$; $]\frac{1}{2}; 1[$; $]\frac{3}{2}; \infty[$.

6) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $]\frac{1}{2}; 1[$.