

Questions indépendantes: (6pts)

1) Calculer les nombres suivants : $a = \sqrt{20} - 12\sqrt{5} + 2\sqrt{125}$; $b = \frac{2}{7} - \frac{1}{7} \times \frac{5}{3} + \frac{1}{3} \div \frac{7}{2}$ et $c = \frac{x^{-1} \times (x^2)^3}{x^5}$

avec $x \in \mathbb{R}^*$

2) Soit $n \in \mathbb{N}$.

a) Vérifier que : $n^2 + 3n + 3 = (n+1)(n+2) + 1$

b) En déduire que le nombre $n^2 + 3n + 3$ est impair.

3) Soient m et n deux entiers naturels.

Montrer que le nombre $(27m + 51n)$ n'est pas premier.

4) factoriser : $A = x^3 - 8 - 4(x^2 - 4) + 5x - 103$.

5) Soient A et B deux points distincts. E et F les points définis par : $3\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB}$ et $3\overrightarrow{AF} = 5\overrightarrow{AB}$. Montrer que E est le milieu du segment $[EF]$.

Exercice 1: (4,5 Pts)

Soient deux entiers naturels $a = 600$ et $b = 3780$

1) Montrer que : $a = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$ et $b = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7$

2) Déterminer : $a \wedge b$ et $a \vee b$.

3) Simplifier les nombres : $\frac{a}{b}$ et \sqrt{ab} .

Exercice 2: (5 pts)

ABCD un parallélogramme.

M et N sont deux points du plan tels que : $\overrightarrow{DM} = \frac{5}{2}\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{CN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$.

1) Construire les points M et N.

2) Montrer que : $\overrightarrow{BM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}$

3) Exprimer \overrightarrow{BM} et \overrightarrow{BN} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC}

4) a) Etablir que : $2\overrightarrow{BM} + 3\overrightarrow{BN} = \vec{0}$.

b) En déduire que les points B ; M et N sont alignés.

Exercice 3: (4,5pts).

1) On considère le nombre x tel que : $x = \frac{5}{\sqrt{3}} + \frac{10}{3 + \sqrt{3}}$

Montrer que : $x \in \mathbb{N}$.

2) a) Développer: $(\sqrt{5} + 1)^2$ puis $(\sqrt{5} - 1)^2$.

b) En déduire la simplification des nombres $\sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$ puis $\sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$.

c) Calculer le nombre : $y = \left(\sqrt{\sqrt{5} - 2} + \sqrt{\sqrt{5} + 2} \right)^2$.