Devoir surveillé N° 3 2h 1ére Bac SM

Exercice 1 : (7,5 pts)

On considère les fonctions f *et* g *définies par :* $f(x) = x^2 - 2x + 1$ *et* $g(x) = \sqrt{x-1}$

Soient (C) *et* (C') *les courbes représentatives respectivement de* f *et* g *dans un repère Orthonormé* $(O;\vec{i};\vec{j})$

1,5pt 1) *Dresser les tableaux de variations de* f *et* g.

1,5pt 2) *Déterminer les points d'intersection de* (C) *et* (C')

2pts 3) *Construire* (C) *et* (C') *dans le même repère* $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1pt 4) *Résoudre graphiquement l'inéquation* $f(x) \leq g(x)$.

1,5pt 5) *Étudier les variations de la fonction* $h = f \circ g$ *sur chacun des intervalles* $[1,2]$ et $[2,+\infty[$

Exercice 2 : (4,5pts)

Soit (u_n) *la suite définie par :* $u_0 = 1$ *et* $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2 + 2^n u_n}$

1,5pt 1) *a- Calculer* u_1

b- Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) :\ u_n > 0$

2) *On considère la suite numérique définie par :* $v_n = \dfrac{1}{2^n u_n}$ *pour tout* $n \in \mathbb{N}$.

2pts *a-Montrer que la suite* (v_n) *est une suite arithmétique dont on déterminera le premier terme et la raison, puis exprimer* v_n *et* u_n *en fonction de n.*

1pt *b-Pour tout* $n \in \mathbb{N}$ *, on pose :* $S_n = \sum_{k=1}^{n} v_k$.

Calculer S_n *en fonction de n.*

Exercice 3 : (8 pts)

Soit (u_n) *la suite définie par :* $u_0 = 0$ *et* $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_{n+1} = \dfrac{3u_n + 2}{u_n + 4}$

1,5pts 1) *Montrer par récurrence que :* $(\forall n \in \mathbb{N}) : 0 \leq u_n < 1$

1pt 2) *Montrer que la suite* (u_n) *est strictement croissante.*

1pts 3) *a- Montrer que :* $(\forall n \in \mathbb{N}) : 1 - u_{n+1} \leq \dfrac{1}{2}(1 - u_n)$

1,5pts *b- Déduire que :* $(\forall n \in \mathbb{N}) : 1 - u_n \leq \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

4) Soit (v_n) la suite définie par : $(\forall n \in \mathbb{N}) : v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 2}$

1,5pts a- Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{2}{5}$

1,5pts b- Exprimer v_n et u_n en fonction de n.