Série d'exercices non corrigés sur les suites numériques

EXERCICE 1

Soit la suite (U_n) *définie par :* $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \dfrac{U_n}{2+U_n} \quad \forall n \in IN \end{cases}$

a) *Calculer* U_1 *et* U_2

b) *Montrer que la suite* (U_n) *n'est ni arithmétique ni géométrique*

2) a) *Montrer que :* $(\forall n \in IN) \quad U_n > 0$

b) *Montrer que la suite* (U_n) *est décroissante*

c) *En déduire que la suite* (U_n) *est convergente et calculer sa limite*

3) *Soit la suite* (V_n) *définie par :* $V_n = \dfrac{U_n}{1+U_n} \quad \forall n \in IN$

a) *Calculer* V_0 *et montrer que* (V_n) *est une suite géométrique*

b) *Déterminer la limite de la suite* (V_n)

c) *Montrer que :* $U_n = \dfrac{1}{2^{n+1}-1} \quad \forall n \in IN$

d) *Retrouver la limite de la suite* (U_n)

EXERCICE 2

Soit la suite (U_n) *définie sur IN par:* $U_0 = 1$ *et* $U_{n+1} = \dfrac{5U_n + 3}{U_n + 3}$ *pour tout* $n \in IN$.

1°) a- *Montrer que pour tout entier naturel* $n \in IN$ *on a:* $U_{n+1} = 5 - \dfrac{12}{U_n + 3}$

b- *Montrer que pour tout entier naturel* $n \in IN$ *on a :* $0 \le U_n < 3$.

c- *Etudier la monotonie de la suite* (U_n).

d- *Déduire que la suite* (U_n) *converge puis calculer sa limite.*

2°) *Soit la suite* (V_n) *définie sur IN par :* $V_n = \dfrac{U_n - 3}{U_n + 1}$.

a- *Montrer que la suite* (V_n) *est une suite géométrique de raison* $q = \dfrac{1}{3}$.

b- *Exprimer* V_n *puis* U_n *en fonction de n.*

b- *Calculer* $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n$ *puis retrouver* $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

www.guessmaths.co E-mail : abdelaliguessouma@gmail.com whatsapp : 0604488896