

Exercice 1 :

f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$ définie par son tableau de variations

x	$-\infty$	-2	3	5	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	-1	-2	$\frac{3}{4}$	0

- Déterminer $f(]-\infty; -2])$; $f([5; +\infty[)$; $f([-2; 5])$; $f([-2; 3])$.
- Montrer que : $\blacktriangleright (\exists ! c \in]-\infty; -2]) / f(c) = -\pi$
 $\blacktriangleright (\exists ! \alpha \in]3; 5]) / f(\alpha) = 0$
- Etudier le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$
- Montre que la courbe de f coupe la droite (Δ) d'équation $y = \frac{1}{2}$ en un seul point

Exercice 2 :

On considère la fonction g défini de $]-\infty; -1]$ par : $g(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 9}$.

On suppose que f est admet une fonction réciproque définie sur $\mathbb{R}^+$.

Soit g^{-1} sa fonction réciproque.

- Vérifie que : $g(-2) = 3$
- On suppose que g est dérivable sur $\mathbb{R}^+$
Vérifie que pour tout $x \in]-\infty; -1]$; $g'(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + 2x + 9}}$
- Déduis-en que g^{-1} est dérivable en 3 et que $(g^{-1})'(3) = -3$

Exercice 3 (3 points)

On définit la fonction f sur $\mathbb{R}^+$ par : $f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1}}{x}$

- Montrer que pour tout réel $x \geq 0$; $4x^2 \leq 4x^2 + x + 1 \leq (2x+1)^2$
- En déduire que pour tout réel $x \geq 0$; $2 \leq f(x) \leq \frac{2x+1}{x}$
- Déduire la limite de f en $+\infty$.

Exercice 4 (5 points)

Soit f la fonction dérivable et définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1;1\}$ par : $f(x) = |x+1| + \frac{x}{x^2-1}$

et (C_f) sa courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. a) Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1;1\}$ donner l'écriture de f sans la valeur absolue.
b) Étudier les limites de f aux bornes des intervalles de son domaine de définition.
et donner une interprétation géométrique de chacune de ces limites.
c) Montrer que les droites $(D): y = -x - 1$ et $(D'): y = x + 1$.
sont asymptotes à (C_f) respectivement en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. a) Exprimer $f'(x)$ et étudier le signe de $f'(x)$ sur chacun des intervalles du domaine de définition f .
b. En déduire le sens de variation de f puis dresser son tableau de variations.
- 3 - Tracer (C_f) , (D) et (D') .