



Série n° 10 d'exercices « Fonction Exponentielle »

Exercice 1:

Calculer les limites suivantes:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x - e^x + 1$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x - e^x + 1$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x - xe^{2x} + 1$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^x - x - 1$

Exercice 2:

Calculer les limites suivantes:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x+1)e^{-x}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{e^x}$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(e^{2x} - e^x)$

Exercice 3:

Calculer les limites suivantes:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-\frac{1}{2}x}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{\frac{1}{10}x}}{x}$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^{1-x}}$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^{1-x}}$

e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^{4x}}$

Exercice 4:

Calculer les limites suivantes:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^{1-x}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}}$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^{1-x}}$

Exercice 5:

Calculer les limites suivantes:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{-x^2}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^{-x^2}$

Exercice 6:

Calculer les limites suivantes:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x^2} - x + 1$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x^3} - x$

Exercice 7:

Calculer les limites suivantes:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{\frac{1}{2x}}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^{\frac{1}{2x}}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x e^{\frac{1}{2x}}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0^-} x e^{\frac{1}{2x}}$

Exercice 8:

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^{1-3x}$

1) Déterminer $f'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis en déduire le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

2) Déterminer le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$ sans utiliser la dérivation.

Exercice 9:

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 e^{-x}$.

Déterminer $f'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis en déduire le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 10:

Déterminer le tableau de variations de f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par : $f(x) = x e^{\frac{1}{x}}$

Exercice 11:

On considère la fonction f définie sur $[0; 2\pi]$ par : $f(x) = e^{\cos x}$.

1) Déterminer pour tout x de $[0; 2\pi]$, $f'(x)$.

2) En déduire le tableau de variations de f sur $[0; 2\pi]$.

Exercice 12: Suite et fonction exponentielle

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $u_n = 4 - e^{-n^2}$.

Démontrer que la suite (u_n) est strictement croissante par 2 méthodes différentes.

Exercice 13: Somme de suite géométrique et fonction exponentielle

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $u_n = e^{2-n^3}$

Pour tout entier naturel n , on pose : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

a) Démontrer que la suite (u_n) est géométrique et préciser sa raison.

b) Exprimer la somme S_n en fonction de n .

c) En déduire la limite de S_n quand n tend vers $+\infty$.

Exercice 14: Somme de suite arithmétique et fonction exponentielle

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $u_n = e^{2-n^3}$.

Pour tout entier naturel n , on pose $P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$.

- 1) Exprimer le produit P_n en fonction de n .
- 2) Déterminer la limite de P_n quand n tend vers $+\infty$.

Exercice 15: Nombre de solution d'une équation avec des exponentielles - Théorème des valeurs intermédiaires

Déterminer le nombre de solution de l'équation $\frac{e^x}{e^x + 1} = x$

Donner un encadrement d'amplitude 10^{-1} des éventuelles solutions.

Exercice 16:

L'objectif de cet exercice est de trouver une valeur approchée de e .

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^x - x - 1$.

- 1) Étudier les variations de f et en déduire que pour tout x réel, $1 + x \leq e^x$.

- 2) En déduire que pour $x < 1$; $e^x \leq \frac{1}{1-x}$.

- 3) Déduire du 1) que pour tout entier $n \geq 1$; $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \leq e$.

- 4) Déduire du 2) que pour tout entier $n \geq 1$; $e \leq \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$

- 5) En déduire un encadrement de e à 10^{-2} près.

- 6) Soit la suite (u_n) définie pour tout entier $n \geq 1$ par : $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

Démontrer que pour tout entier $n \geq 1$; $e - \frac{3}{n} \leq u_n \leq e$

En déduire la limite de (u_n) .