Série n° 20 d'exercices « fonction exponentielle » **2éme Bac PC-SVT**

Exercice 1 :

Partie A :

1) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=1+(1-x)e^x$

Et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

a) Montrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$; $f'(x)=-xe^x$

b) Dresser le tableau de variation de f.

c) Montrer que (C_f) admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$.

d) Montre que $D : y=1$ est une asymptote à (C_f) au voisinage de $-\infty$.

e) Montrer que $f(x)=0$ admet une seule solution $\alpha\in[1;2]$.

2) a) Soit g la restriction de f sur $[0;+\infty[$, montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera, et préciser son sens de variation.

b) Tracer (C_f) et $(C_{g^{-1}})$ dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

3) a) calculer $\int_a^b xe^x dx$; puis comparer : $\int_0^\alpha f(x)dx$ et $\int_\alpha^2 f(x)dx$.

b) calculer l'aire du domaine délimité par la courbe (C_f), l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite $x=2$

Partie B :

1) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $h(x)=\dfrac{5x}{e^x+1}$

a) Montrer que pour tout $x\in[0;+\infty[$; $h'(x)=\dfrac{5f(x)}{(e^x+1)^2}$.

b) Dresser le tableau de variation de h.

c) Tracer (C_h) on précisera la demi tangente à (C_h) à l'origine.

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x)=e^{\frac{1}{2x}}$

Et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

Partie A :

Etude de f

1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

www.guessmaths.co

b) dresser le tableau de variation de f

2) Tracer $\left(C_f\right)$ *dans le repère* $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

3) a) Etudier le signe de la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ *par :* $g(x)=e^x-x-1$

Puis déduire que : $\left(\forall t\in]0;+\infty[\right)$ *;* $e^t\geq t+1$

b) Déduire que pour $x>0$ *;* $f(x)\geq 1+\dfrac{1}{2x}$

Soit $k\geq 1$*, on note* $A(k)$ *l'aire de la partie du plan déterminée par* $\left(C_f\right)$ *, son asymptote horizontale et les droites d'équations* $x=1$ *et* $x=k$ *(l'unité graphique 2 cm)*

a) Exprimer $A(k)$ *sous forme intégrale*

b) Démontrer que pour tout $k\geq 1$ *on a :* $A(k)\geq 2\ln k$

c) L'aire $A(k)$ *admet-elle une limite finie lorsque k tend vert* $+\infty$

Partie B :

Soit $g(x)=f(x)-x$

1) Etudier g sur $]0;+\infty[$

2) a) Montrer que $f(x)=x$ *admet une solution unique* $\alpha>0$

b) Montrer que $\dfrac{5}{4}\leq\alpha\leq\dfrac{3}{2}$

Exercice 3 :

Partie A :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ *par :* $f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$

Et $\left(C_f\right)$ *sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1) Dresser le tableau de variation de f.

2) a) montrer que $\left(C_f\right)$ *admet deux asymptotes* D *et* D' *d'équations respectives* $y=x$ *et* $y=x+1$.

b) montrer que le point $S\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ *est un centre de symétrie de* $\left(C_f\right)$.

3) Soit g la restriction de f sur $]0;+\infty[$

a) montrer que g est strictement monotone sur $]0;+\infty[$ *; donc admet une fonction réciproque* g^{-1}

www.guessmaths.co

En déduire que $g(x)=0$ *admet une seule solution* $\alpha \in [\ln 2;1]$.

b) montrer que $f(\alpha)=1+\alpha+\alpha^2$.

c) Ecrire l'équation de la tangente T à (C_f) *au point d'abscisse* α .

d) Tracer (C_f) , *T et* $(C_{g^{-1}})$ *dans le repère* $(O;\vec{i};\vec{j})$.

Partie B :

1) Calculer la mesure $A(t)$ *l'aire limitée par la courbe* (C_f) , *la droite D et les droites d'équations* $x=\alpha$ *et* $x=t$

2) montrer que, $\lim\limits_{t\to+\infty} A(t)=\alpha+\ln\alpha$.

Exercice 4 :

Partie A :

Soit f la fonction définie sur $[0;+\infty[$ *par :* $f(x)=\ln\left(e^{2x}+e^{-x}\right)$.

Et (C_f) *sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $(O;\vec{i};\vec{j})$ *(unité 2cm)*

1) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) a) montrer que pour tout $x\geq 0$, $f(x)=2x+\ln\left(1+e^{-3x}\right)$.

b) montrer que la droite $D: y=2x$ *est une asymptote à* (C_f) *au voisinage de* $+\infty$.

3) Etudier les variations de f.

4) tracer (C_f) *dans le repère* $(O;\vec{i};\vec{j})$.

Partie B :

Soit g définie sur $[0;+\infty[$ *par :* $g(x)=x-\ln(1+x)$.

1) a) Etudier les variations de g.

b) déduire le signe de g puis déduire que $\ln(1+x)<x$.

2) montre que : $\int_0^{\alpha}\ln\left(1+e^{-3x}\right)dx<\frac{1}{3}$.

3) Soit $A(\alpha)$ *l'aire en du domaine de plan limité par l'axe des abscisses, la droite d'équation* $x=\alpha$; (C_f) *et la droite D .Montrer que* $A(\alpha)$ *est majorée.*

www.guessmaths.co