Les fonctions « limites ; continuité et Dérivation»

Terminale S

2.1 Les limites d'une fonction

Définitions

$*$ *Si* $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\ell$ *: présence d'une asymptote horizontale (d'équation* $y=\ell$ *) à* C_f *en* $+\infty$ *ou* $-\infty$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{1}{x^n}=0$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}}=0$

$*$ *Si* $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\pm\infty$ *: présence d'une branche parabolique ou d'une asymptote oblique à* C_f *en* $+\infty$ *ou* $-\infty$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} x^n=+\infty$ $\qquad$ $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n=+\infty$ *si n est pair* $\qquad$ $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n=-\infty$ *si n est impair*

$\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x}=+\infty$

$*$ *Cas particulier :* $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)-(ax+b)=0$ *; l a droite d'équation* $y=ax+b$ *est asymptote oblique à* C_f *en* $\pm\infty$.

$*$ $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\pm\infty$ *: présence d'une asymptote verticale (* $x=a$ *) à* C_f.

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{1}{x^n}=\pm\infty$

$*$ *Limite finie de la fonction en un réel a.* $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\ell$

2.2 Opérations sur les limites

Formes indéterminées

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to a} f(x)=+\infty\\ \lim\limits_{x\to a} g(x)=-\infty\end{array}\right\}\lim\limits_{x\to a}(f+g)(x)\,est\ ind\acute{e}termin\acute{e}e$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to a} f(x)=\pm\infty\\ \lim\limits_{x\to a} g(x)=0\end{array}\right\}\lim\limits_{x\to a}\left(f(x)\times g(x)\right)est\ ind\acute{e}termin\acute{e}e$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to a} f(x)=\pm\infty\\ \lim\limits_{x\to a} g(x)=\pm\infty\end{array}\right\}\lim\limits_{x\to a}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)est\ ind\acute{e}termin\acute{e}e$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to a} f(x)=0\\ \lim\limits_{x\to a} g(x)=0\end{array}\right\}\lim\limits_{x\to a}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)est\ ind\acute{e}termin\acute{e}e$$

<u>Limite d'une fonction polynôme ou d'une fonction rationnelle</u>

$*$ ***Règle 1*** *: en* $\pm\infty$, *la limite d'une fonction polynôme est égale à la limite de son terme de plus haut degré.*

$*$ ***Règle 2*** *: en* $\pm\infty$, *la limite d'une fonction rationnelle (quotient de deux polynômes) est égale à la limite du quotient du terme de plus haut degré du numérateur par le terme de plus haut degré du dénominateur*

<u>Composé de deux fonctions</u>

On note f, la composé de u suivie de v : $f = v\circ u$

Alors $\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to a} u(x)=b\\ \lim\limits_{x\to b} v(x)=c\end{array}\right\}\lim\limits_{x\to a} v\circ u(x)=c$

<u>Remarque</u> *:*

Vérifier les domaines de définition. u, définie sur l'intervalle I et v définie sur l'intervalle J tel que : $\left(\forall x\in I,\ u(x)\in J\right)$

2.3 <u>Propriétés des limites</u>

Unicité Si f admet une limite en α, alors, cette limite est unique.

Théorèmes de comparaison

$\ast$ **Théorème 1** : au voisinage de α

1) Si $f(x) \geq u(x)$ et $\lim\limits_{x\to\alpha} u(x) = +\infty$, alors, $\lim\limits_{x\to\alpha} f(x) = +\infty$

2) Si $f(x) \leq v(x)$ et $\lim\limits_{x\to\alpha} v(x) = -\infty$, alors, $\lim\limits_{x\to\alpha} f(x) = -\infty$

$\ast$ **Démonstrations**

1) Pour $\alpha = +\infty$

Tout intervalle $]M;+\infty[$, où M est un réel, contient tous les $u(x)$ pour x assez grand.

Or, au voisinage de α, $f(x) \geq u(x)$.

Donc, pour x assez grand, tous les $f(x)$ sont contenus dans $]M;+\infty[$.

Par définition, $\lim\limits_{x\to\alpha} f(x) = +\infty$

2) Pour $\alpha = -\infty$

Tout intervalle $]-\infty;M[$, où M est un réel, contient tous les $v(x)$ pour x assez grand.

Or, au voisinage de α, $f(x) \leq v(x)$.

Donc, pour x assez grand, tous les $f(x)$ sont contenus dans $]-\infty;M[$.

Par définition, $\lim\limits_{x\to\alpha} f(x) = -\infty$

$\ast$ **Théorème 2 :** au voisinage de α,

Si $\lim\limits_{x\to\alpha} |f(x) - \ell| \leq u(x)$ et $\lim\limits_{x\to\alpha} u(x) = 0$ Alors, $\lim\limits_{x\to\alpha} f(x) = \ell$.

$\ast$ **Théorème 3 : (Théorème des gendarmes) :**

Au voisinage de α

Si $u(x) \leq f(x) \leq v(x)$ et $\lim\limits_{x\to\alpha} u(x) = \lim\limits_{x\to\alpha} v(x) = \ell$, alors, $\lim\limits_{x\to\alpha} f(x) = \ell$.

$\ast$ **Démonstration :** Soit $\alpha = +\infty$.

Il existe A telle que pour $x > A$: $u(x) \le f(x) \le v(x)$

$\lim_{x \to \alpha} u(x) = \ell$ *signifie qu'il existe B telle que pour* $x > B : u(x) \in I_1$ *avec* I_1 *intervalle contenant* ℓ.

$\lim_{x \to \alpha} v(x) = \ell$ *signifie qu'il existe C telle que pour* $x > C : v(x) \in I_2$ *avec* I_2 *intervalle contenant* ℓ.

Prenons M le plus grand des nombres A,B,C. pour $x > M$ *, on : a* $\begin{cases} u(x) \le f(x) \le v(x) \\ u(x) \in I_1 \\ v(x) \in I_2 \end{cases}$

Donc pour $x > M$ *, on a* $f(x) \in I$ *où I est le plus petit des intervalles* I_1 *et* I_2.

Alors par définition, $\lim_{x \to \alpha} f(x) = \ell$.

∗ Comptabilité avec l'ordre

Au voisinage de α : si $f(x) \le g(x)$ *et* $\begin{cases} \lim_{x \to \alpha} f(x) = \ell \\ \lim_{x \to \alpha} g(x) = \ell' \end{cases}$

Alors, $\ell \le \ell'$

2.4 <u>Continuité Définitions et théorèmes</u>

∗ Si f est continue en a : $\lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x) = f(a)$.

∗ Si f est dérivable en $a \in I$ *, alors f est continue en a.*

∗ Si f est dérivable sur I, alors f est continue sur I.

<u>Remarque :</u>

La réciproque est fausse, une fonction continue n'est pas toujours dérivable

<u>Démonstration</u>

Toute fonction dérivable est continue

f est dérivable en a signifie que, $\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=f'(a)$

Soit g , la fonction définie sur un voisinage de a par : $g(x)=\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ avec $x\neq a$

On a $f(x)=g(x)\times(x-a)+f(a)$

Et $\lim_{x\to a}x-a=0$; $\lim_{x\to a}g(x)=f'(a)$

Donc $\lim_{x\to a}f(x)=f(a)$

Par définition, f est continue en a.

Cas particuliers

$*$ Les fonctions polynômes sont continues sur $\mathbb{R}$.

$*$ Les fonctions rationnelles sont continues sur chacun des intervalles du domaine de définition.

$*$ Les fonctions sinus et cosinus sont continues sur $\mathbb{R}$

$*$ Toute fonction construite par addition, multiplication ou composition de fonctions continues est une fonction continue.

$*$ La fonction racine carrée est définie sur $[0;+\infty[$ et est dérivable sur $]0;+\infty[$.

Selon le théorème, cette fonction est continue sur $]0;+\infty[$.

Mais, sa limite en 0 est 0 donc elle est continue sur $[0;+\infty[$.

comment interpréter graphiquement une limite

Exemple

Calculer les limites suivantes et donnez-en une interprétation graphique:

a) $\lim_{x\to -2^-}\frac{x+5-x^2}{2+x}$

b) $\lim_{x\to -\infty}\frac{-4x^2+5}{-1+5x-x^2}$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)+(4x+1)$ où $f(x)=-\dfrac{4x^2+9x+5}{x+2}$.

Solution

a) Pour $\lim\limits_{x\to-2^-}\dfrac{x+5-x^2}{2+x}$

On a $\lim\limits_{x\to-2^-} x+5-x^2=-1$ (car le polynôme $x+5-x^2$ est continue en -2).

Et $\lim\limits_{x\to-2^-} 2+x=0^-$ (car $x<-2$).

Donc en appliquant les règles de quotient des limites ; on obtient :

$\lim\limits_{x\to-2^-}\dfrac{x+5-x^2}{2+x}=+\infty$

Interprétation géométrique :

C_f admet $-\infty$ la droite d'équation $x=-2$ comme asymptote verticale.

b) Pour $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-4x^2+5}{-1+5x-x^2}$

En utilise la règle du plus haut degré ; on obtient : $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-4x^2+5}{-1+5x-x^2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-4x^2}{-x^2}=4$

Interprétation géométrique :

C_f admet au voisinage de $-\infty$ la droite d'équation $y=4$ comme asymptote horizontale.

c) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)+(4x+1)$ où $f(x)=-\dfrac{4x^2+9x+5}{x+2}$.

pour calculer cette limite il suffit de trouver une expression simplifier de

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)+(4x+1)=\lim\limits_{x\to+\infty}-\dfrac{4x^2+9x+5}{x+2}+(4x+1)$

On peut d'abord montrer que : $f(x)=-\dfrac{4x^2+9x+5}{x+2}=-(4x+1)-\dfrac{3}{x+2}$ par une division

euclidienne de $4x^2+9x+5$ par $x+2$; on obtient :

$f(x)+(4x+1)=-\dfrac{4x^2+9x+5}{x+2}=(4x+1)-(4x+1)-\dfrac{3}{x+2}=-\dfrac{3}{x+2}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}-\dfrac{3}{x+2}=0$

Donc : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)+(4x+1)=0$.

Interprétation géométrique :

C_f admet une asymptote oblique d'équation $y=-(4x+1)$ au voisinage de $+\infty$.

Comment montrer que la courbe représentative d'une fonction f admet une asymptote verticale

Méthode

On choisit une valeur interdite $a \in IR$ de f (càd une valeur où f n'est pas définie) et on calcule $\lim\limits_{x \to a} f(x)$ pour trouver $+\infty$ ou $-\infty$.

Dans la plus part des cas cette limite se calculera à droite et à gauche de a .

On conclut que la droite d'equation $x = a$ est une asymptote verticale à C_f .

Exemple

Soit la fonction f definie sur $]-\infty;4[\cup]4;+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{x^2 + x - 6}{4 - x}$

Montrer que f admet une une asymptote verticale dont on précisera une éequation.

Solution

Comme 4 annule le denominateur de $f(x)$, on n'hésite pas : on calcule lim f(x)

On a : $\lim\limits_{x \to 4} x^2 + x - 6 = 14$ et $\lim\limits_{x \to 4} 4 - x = 0$. Donc $\lim\limits_{x \to 4} f(x) = \pm\infty$ (celon si cette limite est à droite ou à gauche de 4.

Interprétation géométrique :

Des deux deniers résultats, on déduit que la droite d'equation $x = 4$ est asymptote verticale à la courbe représentative de la fonction f .

Comment montrer que la courbe représentative d'une fonction f admet une asymptote horizontale

Méthode

On calcule $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ou $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ pour trouver un réel b.

On conclut alors que la droite équation $y = b$ est une asymptote horizontale à C_f au voisinage de $-\infty$ ou au voisinage de $+\infty$.

Exemple

Soit $f : x \mapsto \dfrac{2 + x - x^2}{3x^2 + 7}$ définie sur IR.

Montrer que C_f la courbe représentative de f, admet en $-\infty$ une asymptote dont on précisera une équation.

www.guessmaths.co E-mail : abdelaliguessouma@gmail.com
whatsapp : 0604488896

Solution

En utilise la règle du plus haut degré ; on obtient :

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{2+x-x^2}{3x^2+7} = \lim_{x\to-\infty} \frac{-\cancel{x^2}}{3\cancel{x^2}} = -\frac{1}{3}$$

On peut donc conclure que C_f *admet une asymptote verticale en* $-\infty$ *d'équation*

$y = -\dfrac{1}{3}$

Comment montrer que la courbe représentative d'une fonction f admet une asymptote oblique

Méthode 2** **(on nous demande d'étudier les branches infinies de la courbe de f aux voisinage de $\pm\infty$***)***

On trouve $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \infty$.

On calcule $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ *; on a trois cas possibles :*

- $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$ *; alors* $(\mathcal{C}_f)$ *admet une branche parabolique de direction l'axe des abscisses aux voisinage de* $\pm\infty$ *)*
- $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \pm\infty$ *; alors* $(\mathcal{C}_f)$ *admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées aux voisinage de* $\pm\infty$ *)*
- $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{f(x)}{x} = a \neq 0$*; alors on calcule* $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) - ax$ *; on a deux cas possibles :*

  ~ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) - ax = \pm\infty$*; alors* $(\mathcal{C}_f)$ *admet une branche parabolique de direction la droite d'équation* $y = ax$ *aux voisinage de* $\pm\infty$ *)*

  ~ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) - ax = b \in \mathbb{R}$*; alors* $(\mathcal{C}_f)$ *admet une asymptote oblique d'équation* $y = ax + b$ *aux voisinage de* $\pm\infty$**.**

Méthode 2** **(on nous donne une droite et on nous demande de montrer que cette droite est une asymptote à la courbe de f aux voisinage de $\pm\infty$***)***

On trouve $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \infty$.

On montre que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) - y = 0$ *ou* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - y = 0$ *avec* $y = ax + b$

On conclut alors que la droite d'équation $y = ax + b$ *est asymptote oblique à* $\mathcal{C}_f$ *au voisinage de* $+\infty$ *ou au voisinage de* $-\infty$.

Exemple

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}-\{1\}$ *par :* $f(x)=\dfrac{2x^2-6x+5}{x-1}$

a) Déterminer les réels a ; b et c tels que $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-1}$.

b) En déduire que la courbe représentative C_f *de f admet une asymptote oblique dont on précisera une équation.*

Solution

a) Pour tout $x\neq 1$ *, on a :* $ax+b+\dfrac{c}{x-1}=\dfrac{ax(x-1)+b(x-1)+c}{x-1}$

$$=\dfrac{ax^2+(b-a)x+(c-b)}{x-1}$$

En identifiant les deux expressions on obtient : $\begin{cases} a=2 \\ b-a=-6 \\ c-b=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-4 \\ c=1 \end{cases}$

Donc $f(x)=2x-4+\dfrac{1}{x-1}$ *; d'où :* $f(x)-(2x-4)=\dfrac{1}{x-1}$

Et comme $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{x-1}=0$ *; alors* $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)-(2x-4)=0$

On conclut que C_f *admet la droite* (Δ) *d'équation* $y=2x-4$ *comme asymptote oblique au voisinage de* $\pm\infty$.

BRANCHES INFINIES ET INTERPRETATIONS GEOMETRIQUES

- $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = a$ → (C_f) admet Une asymptote horizontale d'équation y=a au voisinage de ∞

- $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$
  - $\lim\limits_{x\to\infty} [f(x)-(ax+b)] = 0$ → (C_f) admet Une asymptote oblique D'équation $y = ax + b$ au voisinage de ∞
  - $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x} = a (a \neq 0)$
    - $\lim\limits_{x\to\infty} [f(x) - a\,x] = b$ → (C_f) admet Une asymptote oblique D'équation $y = ax + b$ au voisinage de ∞
    - $\lim\limits_{x\to\infty} [f(x) - a\,x] = \infty$ → (C_f) admet Une branche parabolique de direction la droite d'équation $y = ax$ au voisinage de ∞
  - $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \infty$ → (C_f) admet Une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de ∞
  - $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$ → (C_f) admet Une branche parabolique de direction l'axe des abscisses au voisinage de ∞

- $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$ → (C_f) admet Une asymptote verticale d'équation x=a

Nombre dérivé

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\ell$$

$$f(a+h)=f(a)+\ell h+\ell\varphi(h) \text{ avec } \lim_{h\to 0}\varphi(h)=0$$

Si ces propositions sont vraies, f est dérivable en a et ℓ est le nombre dérivé de f en a not $f'(a)$.

Si f est dérivable en a, la courbe C_f admet au point $A(a; f(a))$ une tangente T dont le coefficient directeur est $f'(a)$.

L'équation de T est : $y=f'(a)(x-a)+f(a)$

Si la limite du taux d'accroissement entre a et $a+h$ de f est $\pm\infty$, alors f n'est pas dérivable. Il n'y a pas de tangente verticale en a.

Si les limites sont différentes à droite et à gauche, alors f n'est pas dérivable en a.

Il y a un point anguleux en a.

Théorème des valeurs intermédiaires

Si f est continue sur $[a;b]$, alors, pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, il existe au moins un réel c appartenant à $[a;b]$ tel que $f(c)=k$.

L'équation $f(x)=k$ admet au moins une solution dans $[a;b]$

Complément de dérivation

Dérivée d'une fonction composée

Soit v une fonction dérivable sur un intervalle J et u une fonction dérivable sur un intervalle I, tel que pour tout $x\in I$ on a $u(x)\in J$.

La fonction $v\circ u$ est dérivable sur I et $(\forall x\in I)$; $(v\circ u)'(x)=(v'\circ u)(x)\times u'(x)$

Dérivée de la fonction $x\mapsto\sqrt{u(x)}$

Propriété :

u est une fonction strictement positive et dérivable sur un intervalle I.
Alors la fonction f définie sur I par $f(x)=\sqrt{u(x)}$ est dérivable sur I et on a :.

$$f'(x)=\frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$$

Exemple :

$f(x)=\sqrt{3x^2+4x-1}$

On pose $f(x)=\sqrt{u(x)}$ avec $u(x)=3x^2+4x-1 \Rightarrow u'(x)=6x+4$

Donc : $f'(x)=\frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$

$$=\frac{6x+4}{2\sqrt{3x^2+4x-1}}=\frac{3x+2}{\sqrt{3x^2+4x-1}}$$

4) Formules de dérivation sur les fonctions composées

Fonction	Ensemble de dérivation	Dérivée
$\sqrt{u(x)}$	$D=\{x\in\mathbb{R}/u(x)>0\}$	$\frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$
u^n avec $n\in\mathbb{Z}^*$	Si $n<0$, $u(x)\neq 0$	$nu'u^{n-1}$
$f(ax+b)$	f dérivable	$af'(ax+b$
$f\circ g(x)$	f et g sont dérivables respectivement sur leurs domaines de définition	$g'(x)\times f'(g$

Formules de dérivation des fonctions usuelles :

Fonction f	**Ensemble de définition de f**	**Dérivée f '**	**Ensemble de définition de f '**
$f(x)=a\,,\ a\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=0$	$\mathbb{R}$
$f(x)=ax\,,\ a\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=a$	$\mathbb{R}$
$f(x)=x^2$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=2x$	$\mathbb{R}$
$f(x)=x^n$ $n\geq 1$ entier	$\mathbb{R}$	$f'(x)=nx^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$f(x)=\frac{1}{x}$	$\mathbb{R}\setminus\{0\}$	$f'(x)=-\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}\setminus\{0\}$

$f(x)=\frac{1}{x^n}$ $n\geq 1$ entier	$\mathbb{R}\setminus\{0\}$	$f'(x)=-\frac{n}{x^{n+1}}$	$\mathbb{R}\setminus\{0\}$
$f(x)=\sqrt{x}$	$[0;+\infty[$	$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0;+\infty[$

<u>Formules d'opération sur les fonctions dérivées :</u>

u et v sont deux fonctions dérivables sur un intervalle I.

$u+v$ *est dérivable sur I*	$(u+v)'=u'+v'$
ku *est dérivable sur I, où k est une constante*	$(ku)'=ku'$
uv *est dérivable sur I*	$(uv)'=u'v+uv'$
$\frac{1}{u}$ *est dérivable sur I, où u ne s'annule pas sur I*	$\left(\frac{1}{u}\right)'=-\frac{u'}{u^2}$
$\frac{u}{v}$ *est dérivable sur I, où v ne s'annule pas sur I*	$\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$

<u>Application à l'étude des variations d'une fonction</u>

<u>Théorème :</u>

Soit une fonction f définie et dérivable sur un intervalle I.

- Si $f'(x)\leq 0$, alors f est décroissante sur I.

- Si $f'(x)\geq 0$, alors f est croissante sur I.

<u>Exemple :</u>

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^2-4x$.

Pour tout x réel, on a : $f'(x)=2x-4$.

Résolvons l'inéquation $f'(x)\leq 0$

$$f'(x)\leq 0 \Leftrightarrow 2x-4\leq 0$$
$$\Leftrightarrow x\leq 2$$

La fonction f est donc décroissante sur l'intervalle $]-\infty;2]$.

De même, on montre que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[2;+\infty[$.

<u>Dérivée seconde d'une fonction</u>

Soit f une fonction définie est dérivable sur un intervalle I telle que f' est dérivable sur I

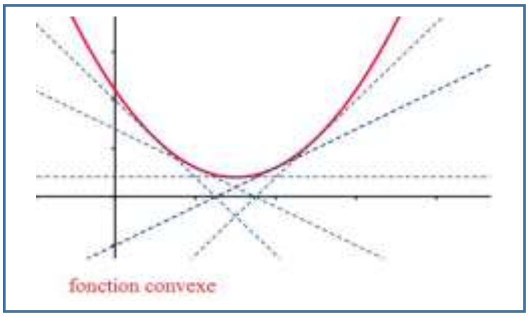
On appelle dérivée seconde de f sur I la fonction dérivée de f' ; qu'on note : f''

www.guessmaths.co <u>*E-mail*</u> : ***abdelaliguessouma@gmail.com***

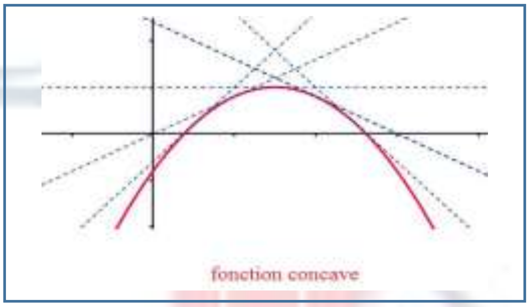
<u>*whatsapp*</u> : ***0604488896***

Convexité et concavité – point d'inflexion

Une courbe de fonction est convexe sur un intervalle I si elle est au-dessus de toutes ses tangentes sur cet intervalle
Si on a : $f''(x) \geq 0 \quad (\forall x \in I)$ *Alors la courbe de f est convexe sur I*



Une courbe de fonction est concave sur un intervalle I si elle est au-dessous de toutes ses tangentes sur cet intervalle
Si on a : $f''(x) \leq 0 \quad (\forall x \in I)$ *Alors la courbe de f est concave sur I*



Un point $I(x_0; f(x_0))$ est un point d'inflexion si la courbe change de concavité en ce point
Si f'' s'annule au point x_0 en changeant de signe alors la courbe de f admet un point d'inflexion d'abscisse x_0.
Si f' s'annule au point x_0 sans changer de signe alors la courbe de f admet un point d'inflexion d'abscisse x_0.