

Les Equations-les Inéquations Et les Systèmes :

Prof : Radouane –Niv : T.C.S :

Résumé de cours :

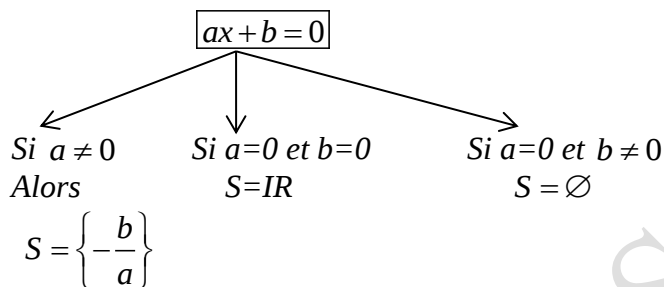
1) Les équations et les inéquations du 1^{er} degré à une inconnue :

a) Définition :

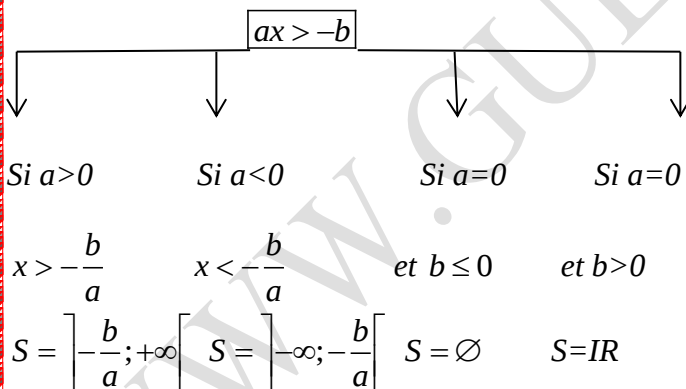
Soit a et b 2 réels ($a \neq 0$)

- Toute équation de la forme $ax+b=0$ où x est l'inconnue est appelé équation du 1^{er} degré à une inconnue.
- Toute inéquation de la forme $ax+b \geq 0$ ou $ax+b > 0$ ou $ax+b \leq 0$ ou $ax+b < 0$ est appelée inéquation du 1^{er} degré à une inconnue.

b) Résolution de (E): $ax+b=0$



c) Résolution de l'inéquation (I): $ax+b > 0$



d) Signe du binôme $ax+b$:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax+b$	Signe de $(-a)$	$\emptyset$	Signe de a

e) Equation de la forme : $\frac{ax+b}{cx+d} = 0$

Cette équation est définie ssi $cx+d \neq 0$

$$\frac{ax+b}{cx+d} = 0 \text{ équivaut à } ax+b=0$$

2) Equation du 2^{ème} degré à une inconnue :

a) Définition d'une équation du 2^{ème} degré à 1 inconnue :

Définition :

L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ tel que x est l'inconnue et a, b et c sont des réels ($a \neq 0$) est appelée équation du 2^{ème} degré à une inconnue.

b) La forme canonique de $ax^2 + bx + c$:

Propriété :

Pour tout x de $\mathbb{R}$ on a :

$$ax^2 + bx + c = a \underbrace{\left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right]}_X$$

X est appelée forme canonique de $ax^2 + bx + c$

c) Résolution de (E) : $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

On calcule : $\Delta = b^2 - 4ac$

Si $\Delta > 0$: L'équation (E) admet 2 solutions distinctes x_1 et x_2

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}; x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Si $\Delta = 0$: L'équation (E) admet une solution unique : $x_1 = \frac{-b}{2a}$

Si $\Delta < 0$: L'équation (E) n'a pas de solutions.

d) Somme et produit des racines de $ax^2 + bx + c$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}; x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

Remarque :

Si $a+b+c=0$; $x = 1$ et $x_2 = \frac{c}{a}$

Si $b=a+c$; $x_1 = -1$ et $x_2 = -\frac{c}{a}$

e) Détermination de 2 nombres connaissant leur somme et leur produit :

Si $x+y=S$ et $xy=P$; alors x et y sont solutions de l'équation : $X^2 - SX + P = 0$

3) Factorisation et signe de $ax^2 + bx + c$:

	Sol de $ax^2 + bx + c$	Fact de $P(x)$	Signe de $P(x)$
$\Delta > 0$	2 sol x_1 et x_2 ($x_1 < x_2$)	$P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$	$] -\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty [$ $P(x)$ a le signe de a
$\Delta = 0$	Une seul sol	$P(x) = a$	$] -\infty; x_1 [\cup] x_1; +\infty [$

	$x_1 = -\frac{b}{2a}$	$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$	$P(x)$ a le même signe que a
$\Delta < 0$	Pas de sol	On ne peut pas factoriser dans $\mathbb{R}$	$P(x)$ a le même signe que a dans $\mathbb{R}$

4) Equation du 1^{er} degré à 2 inconnues :

Définition et propriété :

Toute équation de la forme (1): $ax + by + c = 0$ ($a \neq 0$ ou $b \neq 0$) est une équation du 1^{er} degré à 2 inconnues.

- Le couple $(x_0; y_0)$ de $\mathbb{R}^2$ est solution de (1) ssi $ax_0 + by_0 + c = 0$

5) Système de 2 équations du 1^{er} degré à 2 inconnues :

Définition et propriété :

Le nombre $D = ab' - a'b$ est appelé déterminant de (S) et on note : $D = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$

- Si $D=0$ (S) n'admet aucune solution ou bien une infinité de solutions dans $\mathbb{R}^2$
- Si $D \neq 0$ (S) est appelé système de Cramer et admet une seule solution :

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{D} \text{ et } y = \frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{D}$$

$$\text{Donc : } S = \left\{ \left(\frac{D_x}{D}; \frac{D_y}{D} \right) \right\}$$

- Dans le cas où $D=0$ et $D_x = 0$ le système admet une infinité de solutions.
- Dans le cas où $D=0$ et $D_x \neq 0$ ou $D_y \neq 0$ le système n'admet pas de solutions.