Exercices 3 Généralités sur les fonctions — Tronc Commun

Exercice 1

Soit la fonction f définie sur $[-3;+0[$ par : $f(x)=\dfrac{2x+3}{x+5}$

1) Déterminer les réels a et b tels que : $f(x)=a+\dfrac{b}{x+5}$

2) Montrer que f est croissante sur $[-3;+0[$.

3) a) Montrer que f admet un minimum sur $[-3;+0[$, le préciser

b) Montrer que f admet un majorant sur $[-3;+0[$, le préciser

c) En déduire que f est borné et indiquer un encadrement de $f(x)$.

Exercice 2

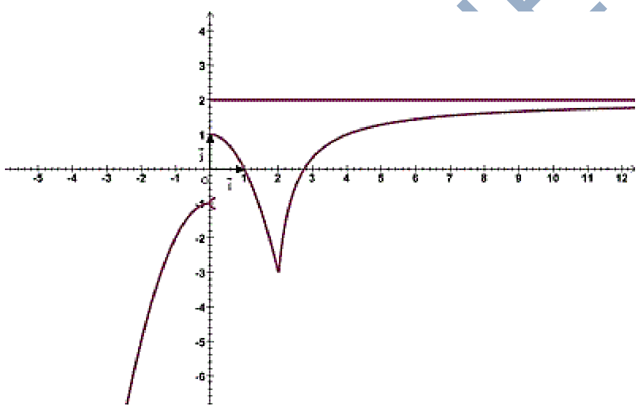
On donne ci-dessous la courbe d'une fonction f.
Cocher la ou les bonnes réponses dans chacune des questions suivantes :

a) La fonction f est définie sur $\mathbb{R}^*$.

b) La fonction f admet un maximum absolu égale à 2.

c) L'équation $f(x)=-1$ admet dans $\mathbb{R}$ trois solutions.

d) La restriction de la fonction à l'intervalle $[0;+\infty[$ f est bornée



Exercice 3

On donne la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{x^2+4x+32}{x^2+8x+9}$

1- Vérifier que pour tout réel x : $2x^2+8x+9=2(x+2)^2+1$

2- En déduire le domaine de définition D de f.

3- Montrer que pour tout réel x de D, $f(x)+1\geq 0$.

En déduire que -1 est le minimum de f sur D.

Pour quelle valeur est-il atteint ?

4- Montrer que $\frac{1}{2}$ est un majorant de f sur D.

Exercice 4

Montrer que les fonctions suivantes sont bornées, majorées ou minorées sur l'intervalle I indiqué :

a) $f(x) = x^2 - 3x + 2 \qquad I = [2;3]$

b) $f(x) = \sqrt{x^2 + 2} \qquad I =]-\infty;4]$

c) $f(x) = \frac{2x-1}{3x-2} \qquad I = [1;3]$

d) $f(x) = \frac{2x+3}{x^2+1} \qquad I = [0;2]$

Exercice 5

Soit la fonction f définie par : $f(x) = 1 - \frac{2x^2+1}{x+2}$

1- Déterminer le domaine de définition de f.

2- Etudier la parité de f ; que peut-on en déduire pour sa représentation graphique ?

3- Démontrer que f est minorée par 0 *et majorée par* 1*, c'est a dire que :* $0 \leq f(x) \leq 1$.

4- 0 *est-il le minimum de f ?* 1 *est-il le maximum de f ?*

Exercice 6

Soit g la fonction définie par : $g(x) = \frac{\sqrt{x-3}-2}{\sqrt{x-3}+2}$.

1) Déterminer le domaine de définition de g.

2) a) Calculer $g(x) - g(3)$.

b) Déduire que g admet un minimum en 3.

3) Montrer que g est majoré par 1