Exercice 1

Soit une fonction définie et continue sur $[a;b]$ $(a<b)$ *telle que :* $f(a)=f(b)$

Montrer que l'équation : $f(x)=f\left(x+\dfrac{b-a}{2}\right)$ *admet au moins une solution dans l'intervalle* $[a;b]$

Exercice 2

Soit f une fonction continue et strictement positive sur $[0;+\infty[$ *telle que :* $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=l$ *où* $l<1$

Montrer que l'équation $f(x)=x$ *admet au moins une solution dans* $[0;+\infty[$.

Exercice 3

Soit f une fonction définie par : $\begin{cases} f(x)=2x^2-x & si\ x\geq 1 \\ f(x)=\dfrac{2x^2-x-1}{x-1} & si\ x<1 \end{cases}$

1) Calculer : $\lim\limits_{x\to1^-}f(x)$ *; Que peut-on déduire ?.*

2) Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

3) Etudier les branches infinies de la courbe de f.

Exercice 4

Calculer les limites suivantes :

- $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+x+1}-x$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$
- $\lim\limits_{|x|\to+\infty}\sqrt{x^2+1}-2x$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+1}-x$
- $\lim\limits_{x\to4^+}\dfrac{\sqrt{x^2-3x-4}}{\sqrt{2x+1}-3}$
- $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{1-x^2}{\sqrt{1-x}}$
- $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{\sqrt{2x+5}-3}$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-2x^2+\sqrt{2x^2+3}}{x}$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}3x-1-\sqrt{5x-2}$
- $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-2x-3}{\sqrt{x}-\sqrt{3}}$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-2x-3}{\sqrt{x}-\sqrt{3}}$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(x^2+2)(x-1)^2}{x^2(x^2+3)^2}$
- $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{4\tan x-\sin x}{5x}$
- $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x-\sin x}{x+\sin x}$
- $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 3x}{\tan 7x}$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin x}{x}$
- $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin(2x)+\cos(2x)-1}{x}$
- $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos x-1}{3x^2}$
- $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sin^2(\pi x)}{x-1}$
- $\lim\limits_{x\to0}x^2\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)$