

Série d'exercices 1 :

Exercice 1 :

Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ dans les 4 cas suivants :

1) Les 3 points A ;B et C sont tels que :

$$AB=5 ; AC=7 \text{ et } \angle BAC = \frac{\pi}{3}$$

2) ABC est un triangle équilatéral de côté 3

3) ABC est un triangle tel que : $AB=6 ; BC=5$ et $AC=2$

4) Les 3 points A ;B et C sont tels que : $AC=2$ et

$$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{3}{2}$$

Exercice 2 :

1) A ;B et C 3 points tels que : $AB = \sqrt{3} ; AC = 2$

$$\text{Et } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \sqrt{3}$$

Calculer la mesure exacte en radian de l'angle

BAC

2) A ;B et C sont 3 points tels que :

$$AB = 4 ; \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3 \text{ et } \angle BAC = \frac{\pi}{3}$$

Calculer la distance AC.

3) A ;B et C sont 3 points tels que :

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -1 ; AB=2$ et \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires. Calculer AC.

Exercice 3 :

Soit \vec{u} et \vec{v} 2 vecteurs non nuls.

Calculer le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$ dans chacun des cas suivants :

$$1) \|\vec{u}\| = 5 ; \|\vec{v}\| = 8 \text{ et } (\vec{u}; \vec{v}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$$

$$2) \|\vec{u}\| = \sqrt{2} ; \|\vec{v}\| = \sqrt{3} \text{ et } (\vec{u}; \vec{v}) \equiv \frac{3\pi}{4} [2\pi]$$

$$3) \|\vec{u}\| = \sqrt{2} ; \|\vec{v}\| = 2 \text{ et } (\vec{u}; \vec{v}) \equiv \frac{5\pi}{6} [2\pi]$$

$$4) \|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 2 \text{ et } (\vec{u}; \vec{v}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$$

Exercice 4 :

Soit ABCD un rectangle avec $AB=5$ et $AD=2$.

Les points E et F sont définis par les relations

$$\overrightarrow{BE} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BC} \text{ et } \overrightarrow{BF} = \frac{1}{4} \overrightarrow{BA}$$

Calculer les produits scalaires suivants :

$$1) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB} ; 2) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} ; 3) \overrightarrow{EC} \cdot \overrightarrow{DA}$$

$$4) \overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{AF} ; 5) \overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{BE} ; 6) \overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{DC}$$

$$7) \overrightarrow{FE} \cdot \overrightarrow{DA}$$

Exercice 5 :

Soit ABC un triangle tel que : $AB=1 ; AC = \sqrt{2}$ et $BC=2$.

$$1) \text{ Montrer que } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}$$

2) En déduire $\cos BAC$

3) Soit D le point défini par : $\overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{DC} = \vec{0}$

$$a) \text{ Montrer que : } \overrightarrow{AD} = \frac{1}{3} (\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC})$$

b) Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ et la distance AD.

Exercice 6 :

ABCD est un parallélogramme tel que :

$$AB=7 ; AD=3 \text{ et } AC=8$$

1) Calculer les produits scalaires suivants :

$$\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} \text{ et } \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CA}$$

2) En déduire que : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 3$

3) Trouver $\cos BAD$; en déduire que

$$\sin BAD = \frac{4\sqrt{3}}{7}$$

Exercice 7 :

ABC est un triangle rectangle en A tel que :
 $AB=2$ et $AC=1$. Soit H le projeté orthogonal de A
sur (BC) et A' est le milieu de $[BC]$.

Calculer BH ; AH et AA'

Exercice 8 :

Etant donné un triangle ABC , on note :
 $a=BC$; $b=AC$ et $c=AB$

1) On donne : $\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

Montrer que : $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

2) Compléter le tableau suivant en n'utilisant que
des valeurs exactes :

C	B	A	c	b	a
		$\frac{\pi}{3}$	1	2	
$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$			$5(\sqrt{3}-1)$	5
	$\frac{\pi}{4}$		$\sqrt{8}$	$2\sqrt{3}$	$\sqrt{6}-\sqrt{2}$

Exercice 9 :

ABC est un triangle et I milieu de $[BC]$ tel que :

$IB=3$; $IA=4$ et $\angle AIB = \frac{\pi}{3}$

1) Calculer $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$

2) a) Calculer $AB^2 + AC^2$ et $AB^2 - AC^2$

b) En déduire les distances AB et AC .

Exercice 10 :

$ABCD$ est un trapèze rectangle en A et D ; de
bases $[AB]$ et $[CD]$ tels que :

$AB=21$; $CD=4$ et $AD=6$; I milieu de $[AD]$

1) Calculer $\vec{DC} \cdot \vec{DB}$; $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$ et $\vec{AD} \cdot \vec{BC}$

2) a) Calculer $\vec{IB} \cdot \vec{IC}$

b) Déterminer une mesure de l'angle $(\vec{IB}; \vec{IC})$

3) a) Calculer la distance BC .