Série n°37 d'exercices sur «Les nombres Complexes » 2BAC SP/SVT

Exercice 1

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations

a- $z^2 - 2z + 5 = 0$ et b- $z^2 - 2\left(1+\sqrt{3}\right)z + 5 + 2\sqrt{3} = 0$

2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$; on considère les points $A(1+2i)$; $B\left(1+\sqrt{3}+i\right)$; $C\left(1+\sqrt{3}-3i\right)$ et $D(1-2i)$

a) Déterminer la nature du quadrilatère ABCD

b) Vérifier que : $\dfrac{z_D - z_B}{z_A - z_B} = i\sqrt{3}$: que déduit-on concernant les droites (AB) et (BD)

c) Montrer que les points A ; B ; C et D appartiennent au même cercle.(càd cocycliques)

Exercice 2

1) On considère la translation t de vecteur directeur $\vec{u}(u = 1+2i)$; soit $M(z)$ et $M'(z')$ deux points du plan tels que : $t(M) = M'$

a) Déterminer z' en fonction de z

b) Déterminer l'affixe du point A' image du point A d'affixe $a = 4+3i$

2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$; on lie tout point M d'affixe z au point M' d'affixe z' tel que : $z' = z + 1 - i$

a) Déterminer l'affixe du vecteur $\overrightarrow{MM'}$

b) Déterminer la nature de transformation qui lie le point M et le point M'

Exercice 3

On considère les nombres complexes $a = -1 - i\sqrt{3}$ et $b = -1 + i\sqrt{3}$

1) Ecrire a et b sous leurs formes trigonométriques.

2) Montrer que $a^{2023} + b^{2023} = 2^{2024}$

Exercice 4

On pose pour tout nombre complexe $z \in \mathbb{C}^*$ *:* $p(z) = z + \frac{4}{z}$

1) Montrer que : $\left(\forall z \in \mathbb{C}^*\right)$ *;* $p(z) = \overline{p(z)} \Leftrightarrow (z - \overline{z})(z\overline{z} - 4) = 0$

2) Déduire que l'ensemble des points $M(z)$ *pour lesquels* $p(z)$ *est un réel.*

Exercice 5

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$ *; on considère les points*

$A(a = 3 + 2i)$ *;* $B\left(b = -\frac{1}{2}\right)$ *;* $C(c = -1 - 4i)$ *et* $D\left(d = \frac{5}{2} - 2i\right)$

Montrer que $(AC) \perp (BD)$

Exercice 6

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$ *; on considère les points*

$A\left(z_A = 2 - 2i\sqrt{3}\right)$ *;* $B\left(z_B = 2 + 2i\sqrt{3}\right)$ *et* $C(z_C = 8)$

On pose : $Z = \frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$

Déterminer $|Z|$ *et* $\arg(Z)$ *; puis déduire la nature du triangle ABC*