



guessmaths

Devoir surveillé n°1 2ème semestre

2ème Bac PC-SVT

Durée : 2heures

Problème

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{1}{x} - x + x \ln x + \frac{\ln x}{x}$

Soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) Montrer que : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$; puis interpréter géométriquement le résultat.

2) a) Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

b) Etudier la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$.

3) a) Montrer que : $(\forall x \in]0; +\infty[) ; f'(x) = \frac{(x^2 - 1) \ln x}{x^2}$

b) Calculer $f'(1)$; puis interpréter géométriquement le résultat.

c) Dresser le tableau de variations de f .

4) a) Montrer que : $(\forall x \in]0; +\infty[) ; f''(x) = \frac{x^2 - 1 + 2 \ln x}{x^3}$

b) Etudier la concavité de (C_f) et donner son point d'inflexion. (On remarque que $f''(1) = 0$).

5) Tracer la courbe (C_f) dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

Exercice

I- On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation : $(E) : z^2 - 2\sqrt{2 - \sqrt{2}}z + 4 = 0$

1) Montrer que le discriminant de (E) est $\Delta = -4(2 + \sqrt{2})$

2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E)

II- Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$; on considère les points

$A; B; C$ et D d'affixes respectifs $a = \sqrt{2 - \sqrt{2}} + i\left(\sqrt{2 + \sqrt{2}}\right)$; $b = \sqrt{3} - i$; $c = 2i$ et

$$d = \sqrt{2}(1 + i)$$

1) a) Montrer que : $a^2 = -2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2}$

b) Ecrire a^2 sous forme trigonométrique.

c) Déduire que $|a| = 2$ et que $\arg a \equiv \frac{3\pi}{8} [2\pi]$

d) Déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\frac{3\pi}{8}\right)$

2) a) Ecrire b et d sous formes trigonométriques.

b) Déduire que le triangle OBD est isocèle en O et que $(\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OD}) \equiv \frac{5\pi}{12} [2\pi]$

3) a) Montrer que : $OA = OB = OC = OD$

b) Déduire que les points $A; B; C$ et D appartiennent au même cercle dont on déterminera le centre et le rayon.

4) On considère l'homothétie h de centre le point C et de rapport $\frac{3}{2}$.

a) Montrer que si le point $M'(z')$ est l'image de $M(z)$ par h alors : $z' = \frac{3}{2}z - i$

b) Montrer que le point $M'(z')$; le point $M(z)$ et le point C sont alignés.