BAC BLANC N° 48 **2éme Bac PC**

EXERCICE 1 : (4 Pts)

Soit (U_n) la suite définie par : $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \frac{2}{5}U_n + \frac{6}{5} \end{cases} \quad (\forall n \in \mathbb{N})$

1) Montrer que: $U_n > 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

2) a) Montrer que : $U_{n+1} - U_n = \frac{-3}{5}(U_n - 2)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

b) Montrer que (U_n) est décroissante ; en déduire que (U_n) est convergente

2) La suite (V_n) est définie par : $V_n = U_n - 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

a) Montrer que la suite (V_n) est géométrique de raison $q = \frac{2}{5}$

b) Exprimer V_n en fonction de n et montrer que $U_n = 2 + \left(\frac{2}{5}\right)^n$

c) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

3) On pose : $S_n = U_0 + U_1 + ... + U_n$

Montrer que: $S_n = 2n + \frac{11}{3} - \frac{2}{3}\left(\frac{2}{5}\right)^n$

Exercice 2 : (1,5pts)

1) a) Résoudre dans R l'équation : $X^2 - 6X + 8 = 0$

b) Résoudre dans R l'équation : $e^{2x} - 6e^x + 8 = 0$

2) Résoudre dans l'intervalle $]0;+\infty[$ l'inéquation : $\ln(x) + \ln(x+3) \geq \ln(x^2+6)$

EXERCICE 3 :(1,5pts)

1) Montrer que $H : x \mapsto (x-1)e^x$ est une primitive de la fonction $h : x \mapsto xe^x$ sur R puis calculer : $\int_0^1 xe^x dx$

2) En utilisant l'intégration par parties, Calculer : $J = \int_0^1 x^2 e^x dx$

Exercice 4 : (5pts)

1) Soit z un nombre complexe

On pose : $P(z) = z^3 - (2+i)z^2 + (4+2i)z - 4i$

a) Montrer que $P(z) = (z-i)(z^2 - 2z + 4)$

WWW.GUESSMATHS.CO

b) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation : $P(z)=0$

2) Considérons les deux nombres complexes $a=1+i$ *et* $b=1-i\sqrt{3}$

a) Vérifier que : $\frac{a}{b}=\frac{1-\sqrt{3}}{4}+i\frac{1+\sqrt{3}}{4}$

b) Montrer que $a=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ *et* $b=2e^{-i\frac{\pi}{3}}$

c) Montrer que : $\arg\left(\frac{a}{b}\right)\equiv\frac{7\pi}{12}[2\pi]$ *puis déduire que :* $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

3) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$.

Considérons le point B d'affixe b et la translation T de vecteur $\vec{w}$ *d'affixe* $2i\sqrt{3}$ *, et soit le point C l'image de B par la translation T.*

a) Montrer que l'affixe de point C est $c=\overline{b}$

b) Déterminer $\arg\left(\frac{b}{c}\right)$ *et* $\left|\frac{b}{c}\right|$ *puis déduire que le triangle OBC est isocèle en O.*

4)) Montrer que : $d=2$ *est l'affixe du point D image de B par R la rotation de centre O et d'angle* $\frac{\pi}{3}$

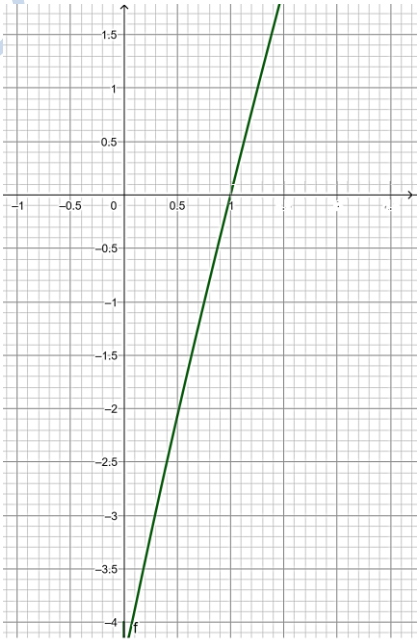
5) Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ *vérifiant* $|z|^2+|z-4|^2=20$.

***EXERCICE 5* : (8pts)**

I- *Soit g la fonction définie sur* $]0;+\infty[$ *par :* $g(x)=2x-4+\sqrt{x}(2+\ln x)$

Et soit (C_g) *la courbe représentative de la fonction dans un repère orthonormé (voir la figure)*

1) Calculer $g(1)$



2) A partir de la courbe de la fonction g déterminer le signe de $g(x)$.

II- *Soit f la fonction définie sur* $]0;+\infty[$ *par :* $f(x)=x+\left(\sqrt{x}-2\right)\ln x$

WWW.GUESSMATHS.CO

Et soit (C_f) *la courbe représentative de la fonction dans un repère orthonormé* $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) Montrer que : $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$ *et interpréter le résultat.*

2) a) Montrer que : $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$

b) Montrer que : $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{(\sqrt{x}-2)\ln x}{x} = 0$ *(on pose* $t = \sqrt{x}$*) ; puis calculer* $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ *et* $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) - x$ *; interpréter le résultat.*

3) a) Montrer que : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{2x}$ *; pour tout* $x \in]0;+\infty[$

b) Montrer que la fonction f est décroissante sur $]0;1]$ *et croissante sur* $[1;+\infty[$ *.*

c) Dresser le tableau de variation de f

4) Déterminer l'intersection de la courbe (C_f) *avec la droite* (Δ) *d'équation* $y = x$ *et montrer que* (C_f) *est au- dessous de la droite* (Δ) *sur* $]1;4[$ *et au-dessus de la droite* (Δ) *sur* $]0;1[$ *et* $]4;+\infty[$

5) Tracer la courbe (C_f) *dans le repère* $(O;\vec{i};\vec{j})$.

6) Soit h la restriction de la fonction f sur l'intervalle $[1;+\infty[$

a) Montrer que h admet une fonction réciproque h^{-1} *définie sur* $[1;+\infty[$

b) Montrer que h^{-1} *est dérivable en* 4 *puis calculer* $(h^{-1})'(4)$

WWW.GUESSMATHS.CO